بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه جیرفت

سیستمهای مخابراتی

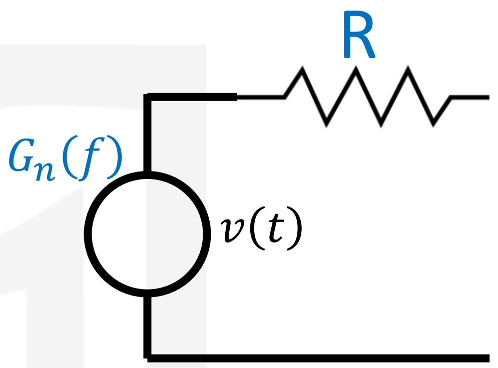
جلسه ۱۱

مدرس: دکتر محمد هاشمی نژاد

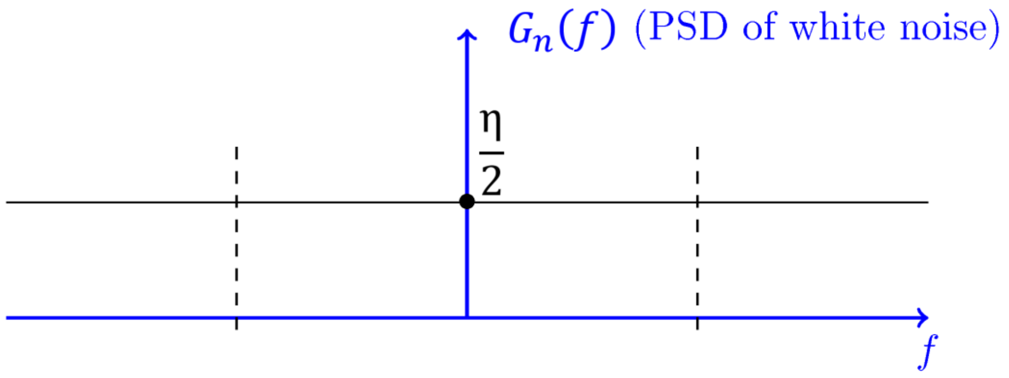
نویز

- نویز حرارتی

- $G_n(f) = 2RkT, \text{where } k = 1.38 \times 10^{-23}$

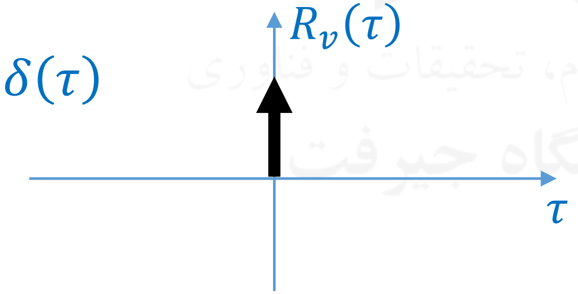


- نویز سفید



- سؤال: $R_v(\tau) = ?$ (تابع خود همبستگی چقدر است؟)

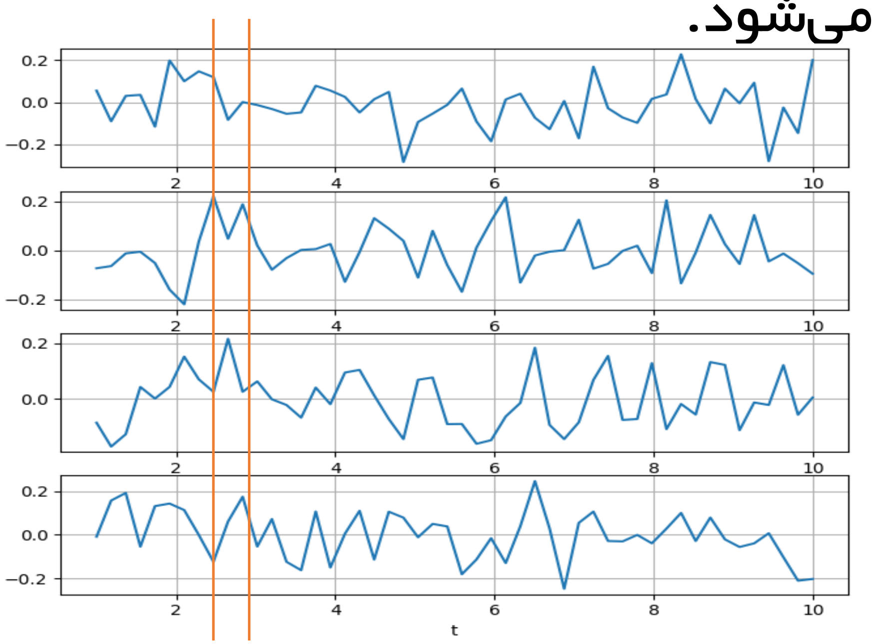
- $G_f = \frac{\eta}{2} \Rightarrow R_v(\tau) = \frac{\eta}{2}\delta(\tau)$



- تبدیل فوریه ضربه عدد ثابت می‌شود.

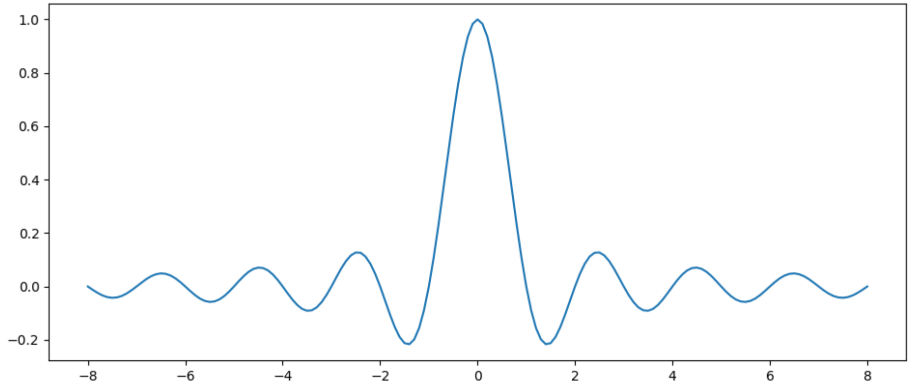
نویز سفید

- سوال: مفهوم تابع چگالی طیف و تابع خود همبستگی چیست؟
- از روی تابع $R_v(\tau)$ تابع نمونه فرایند چه شکلی دارد؟ (فرض بر ایستا بودن فرایند است)
- $R_v(\tau)$ متوسط مقادیر ضرب $(v(t_1)v(t_2))$ دو برش زمانی با فاصله τ است. برای یک فرایند به صورت شکل زیر اگر τ را خیلی کوچک کنیم ضرب $v(t_1)v(t_2)$ همان توان دو یکیشان می‌شود چون با هم مساوی می‌شوند. پس $R_v(\tau = \varepsilon) \neq 0$ می‌شود.
- در حالی که در سیگنال مورد نظر باید $R_v(\varepsilon) = 0$ باشد.
- پس این نمی‌تواند فرایند نویز سفید باشد.
- برای نویز سفید باید سیگنال خیلی سریع تغییر کند.
- هر چه اسکوپ را باز کنیم سیگنال باز نشود!
- نویز سفید به گونه‌ای است که zero-crossing آن بینهایت است.



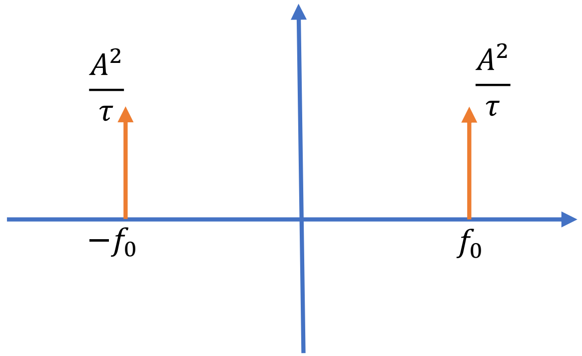
نویز

- سوال: اگر نویز سفید را در فرکانس محدود کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟
- $R_v(\tau)$ به صورت تابع سینک در می‌آید.
- $R_v(\tau)$ اطلاعات همبستگی زمانی نمونه‌ها را می‌دهد.
- در اینجا $R_v(\tau = \varepsilon)$ می‌تواند صفر باشد.



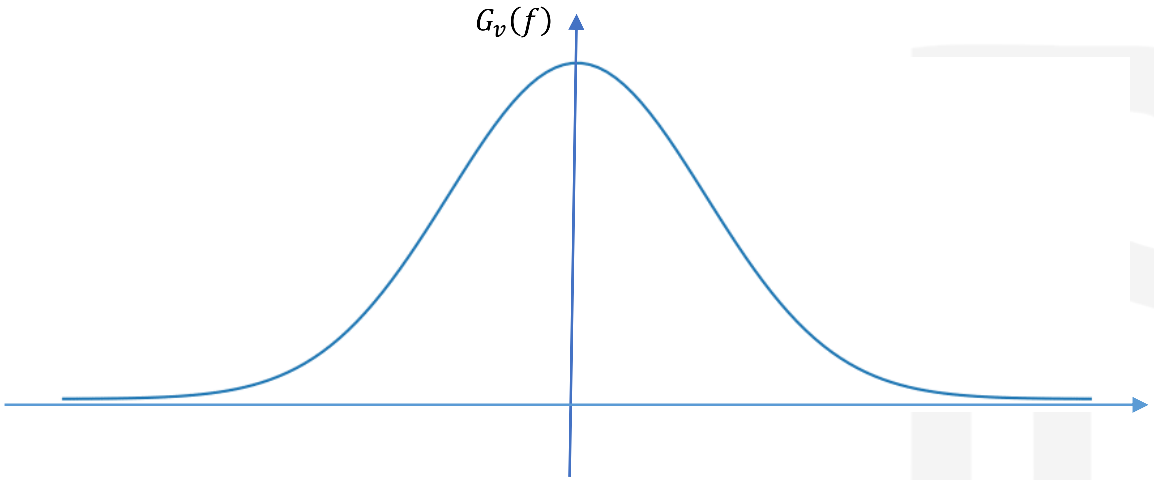
نویز

- مثال: سیگنال تک فرکانس: $v(t) = A\cos(\omega t + \phi)$,$\phi \in [0,2\pi)$
- سؤال: محتوای فرکانسی این سیگنال تصادفی $(G_v(f))$ چیست؟
- وقتی چنین سؤالی می‌دهند اولین قدم این است که $R_v(t_1,t_2)$ را بدست آوریم. اگر $R_v(\tau)$ شد (اگر فرایند ایستا باشد)، $R_v(\tau)$ را بدست آوریم، بعد تبدیل فوریه بگیریم.
- قبلا $R_v(\tau)$ را بدست آورده‌ایم: $\leftarrow$ $R_v(\tau) = \frac{A^2}{\tau}\cos\omega\tau$
- برای این مثال بدون محاسبات هم مشخص بود که همین دو فرکانس را شامل می‌شد. فقط منظور از محاسبات تأیید این واقعیت بود.



مثال مدولاسیون

- مثال مدولاسیون: $z(t)=v(t)\cos(\omega t+\phi)$ ، فرض کنید در اینجا $v(t)$ فرایند ایستا و ω و ϕ مقادیر ثابت هستند. $G_z(f)$ را بدست آورید. فرض می‌کنیم تابع چگالی احتمال $v(t)$ به شکل زیر باشد.



طبق معمول اول ایستا بودن یا نبودن را با استفاده از تابع خود همبستگی فرایند بررسی می‌کنیم $R_z(t_1,t_2) \overset{?}{\triangleq} R_z(\tau)$.

$$R_z(t_1,t_2)=E[v_1(t)v_2(t)\cos(\omega t_1+\phi)\cos(\omega t_2+\phi)]$$

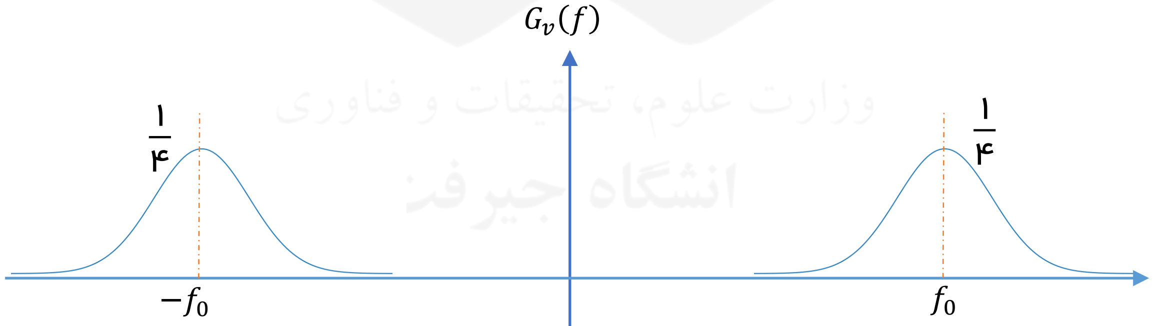
قسمت کسینوسی تصادفی نیست (ثابت است) در نتیجه:

$$R_z(t_1,t_2)=\underbrace{E[v_1(t)v_2(t)]}_{R_z(t_1-t_2)}\underbrace{\cos(\omega t_1+\phi)\cos(\omega t_2+\phi)}_{\text{تابع } R_z(t_1-t_2) \text{ نیست}}$$

در نتیجه فرایند ایستا نیست $G_z(f)$ را نمی‌توانیم بدست آوریم.

مثال مدولاسیون

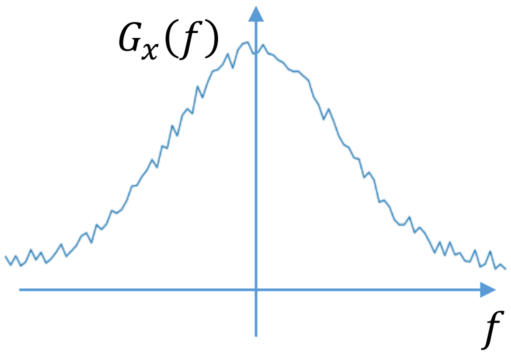
- می‌توانیم همین فرایند را ایستا کنیم. $z(t) = v(t)\cos(\omega t + \phi)$
- اگر فرض کنیم ϕ در $[0,2\pi)$ تصادفی است و ϕ و $v(t)$ مستقل هستند:
- $R_z(t_1,t_2) = E[v_1(t)v_2(t)\cos(\omega t_1 + \phi)\cos(\omega t_2 + \phi)] \Rightarrow$
- $R_z(t_1,t_2) = \underbrace{E[v_1(t)v_2(t)]}_{R_v(\tau)}\underbrace{\cos(\omega t_1 + \phi)\cos(\omega t_2 + \phi)}_{\frac{1}{2}\cos(\omega\tau)} \Rightarrow$
- $R_z(t_1,t_2) = \frac{1}{2}R_v(\tau)\cos(\omega\tau) \Rightarrow G_z(f) = \frac{1}{4}[G_v(f-f_0) + G_v(f+f_0)]$



مثال مدولاسیون

- در اینجا فرکانس جابجا شده است که همان هدف مدولاسیون است
- چرا ϕ باید تصادفی باشد؟
- چون در جایی که کسینوس صفر است و اگر برش زمانی بزنیم ضرب اینها برای همه فرایند ها صفر می‌شود و در این نقاط دیگر سیگنال تصادفی نیست، در حالی که در دیگر برشها صفر نمی‌شود و همین کافی است که فرایند ما از حالت ایستایی خارج شود.

مثال مشتق گیر

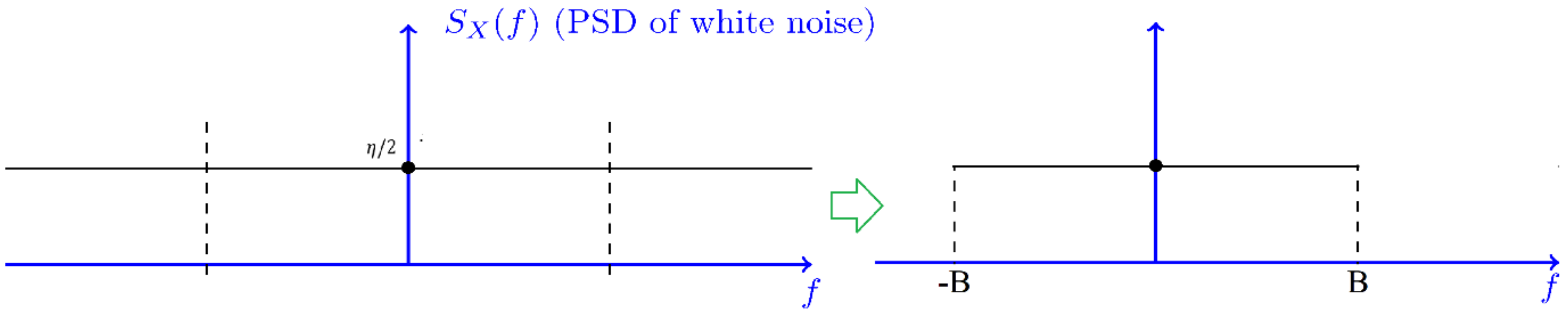


- فرض کنید یک فرایند ایستای $x(t)$ با طیف زیر را داریم. برای فرایند $y(t)=\frac{dx(t)}{dt}$، $G_y(f)$ را بدست آورید.
- حالت خاص این است که سیستم LTI باشد. که اگر یک فرایند تصادفی ایستا داشته باشیم از یک فیلتر LTI عبور دهیم، فرایند حاصل ایستا است.
- در اینجا تابع تبدیل مشتق گیر به صورت $H(f)=2\pi jf$ است.
- پس با توجه به مواردی که در دروس گذشته گفته شد: $G_y(f)=G_x(f)\times 4\pi^2 f^2$
- پس اگر فرایند x(t) چگالی طیفی تقریبا در همه فرکانسها یکسان را داشته باشد اگر از آن مشتق بگیریم در فرکانسهای بالا دامنه طیف زیاد می‌شود و به سمت بی‌نهایت می‌رود.
- که به این پدیده noise enhancement گفته می‌شود.

معنی این پدیده این است که عبور سیگنال نویزی از مشتق گیر باعث تقویت نویز در فرکانسهای بالا می‌شود.

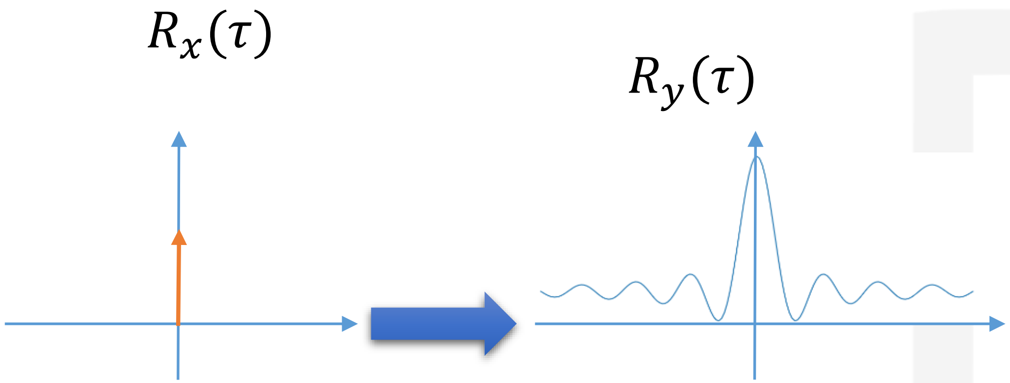
عبور سیگنال از فیلتر پایین گذر

- فرض کنید نویز سفید را از یک فیلتر پایین گذر عبور می‌دهیم:



- همین شکل فیلتر را در خروجی خواهیم داشت.
- در این حالت نویز سفید با توان بی‌نهایت به نویز رنگی تبدیل می‌شود و توان متوسط آن به این صورت خواهد بود:
- $\overline{n^2} = \frac{\eta}{2} \times 2B = \eta B$

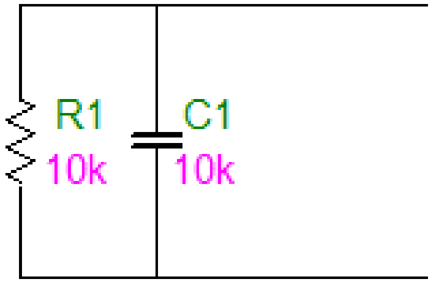
عبور سیگنال از فیلتر پایین گذر

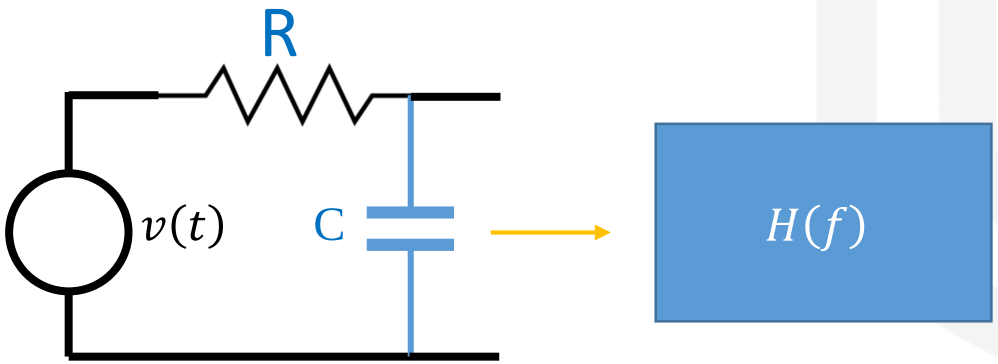


- دلیل گذاشتن $\eta/2$ در دامنه نویز همین است که در توان فیلتر شده آن η ظاهر می‌شود.
- تغییرات زمانی کندتر و نمونه‌ها *correlated* شده‌اند.

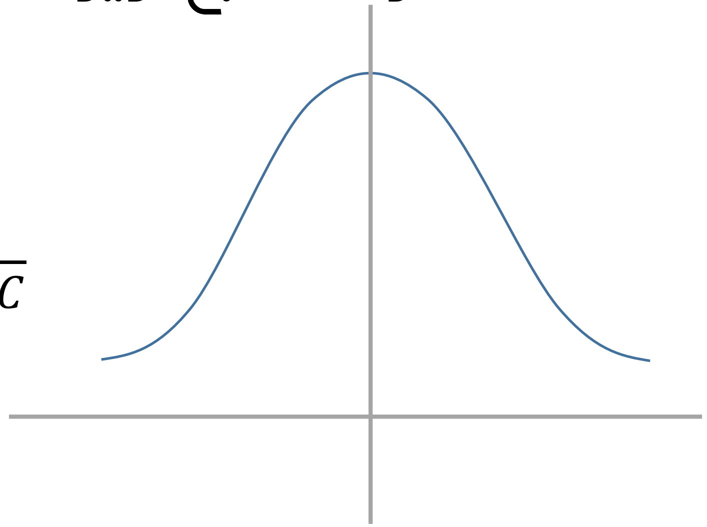
مثال فیلتر RC

- فیلتر RC
- تابع چگالی طیف خروجی را رسم کنید. $\left(G_y(f)\right)$
- مقاومت منبع نویز داخلی دارد.





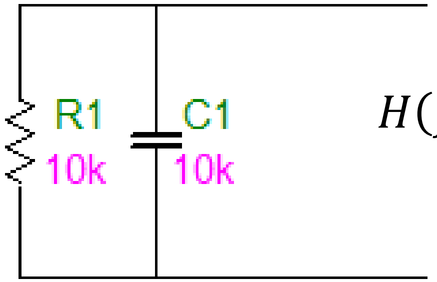
$$H(f) = \frac{1}{1+\left(\frac{f}{B}\right)^2}, B = \frac{1}{2\pi RC}$$



- در فرکانس‌های بالا دامنه به صفر نمی‌رسد ولی نزدیک می‌شود.

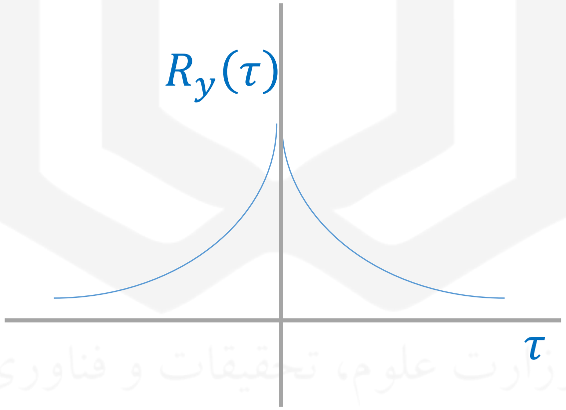
مثال فیلتر RC

- فیلتر RC
- تابع چگالی طیف خروجی را رسم کنید. $\left(G_y(f)\right)$
- مقاومت منبع نویز داخلی دارد.
- محاسبه تابع خودهمبستگی:



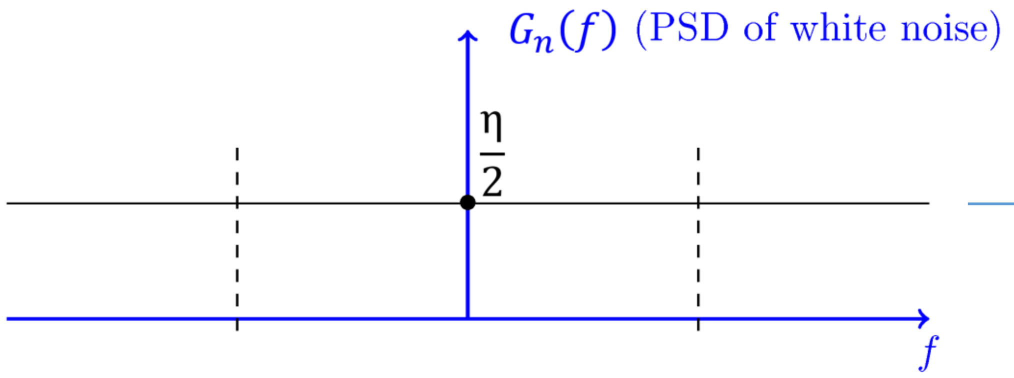
$$H(f)=\frac{1}{1+\left(\frac{f}{B}\right)^2},B=\frac{1}{2\pi RC}$$

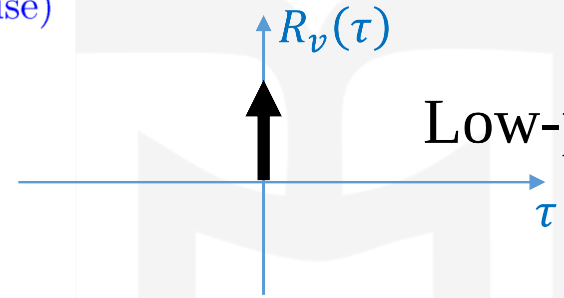
- $R_y(\tau)=\frac{\mathrm{KT}}{\mathrm{C}}\mathrm{e}^{-\frac{|\tau|}{RC}}$

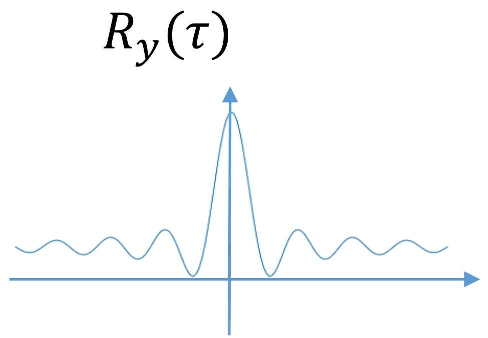


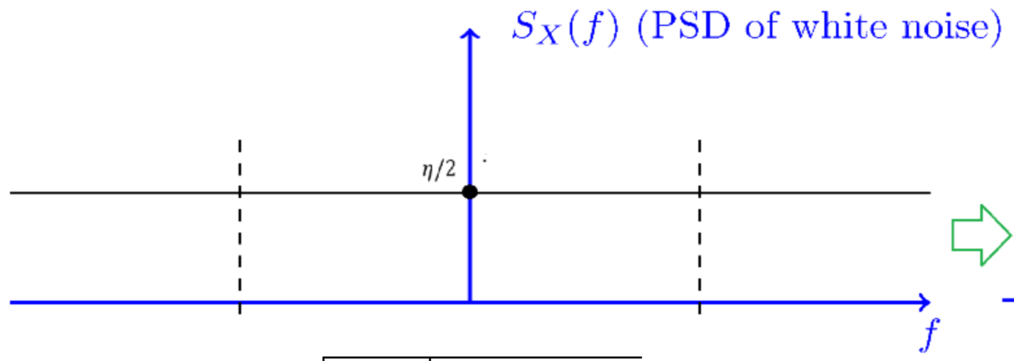
سه حالت بررسی شد

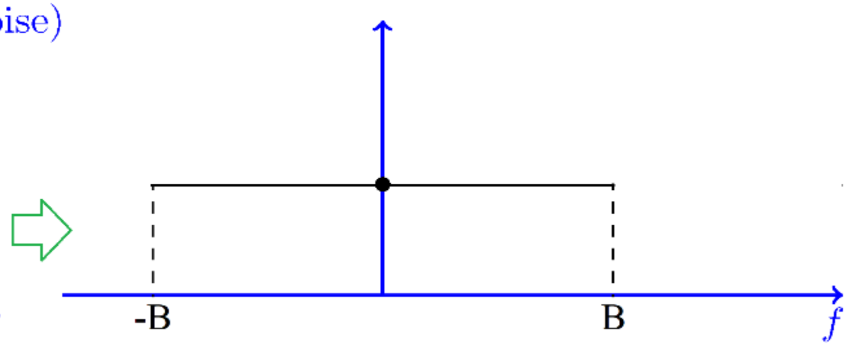
1. نویز سفید اصلی
2. نویز سفید گذشته از فیلتر Low-pass
3. نویز سفید گذشته از فیلتر RC

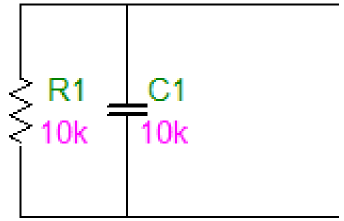


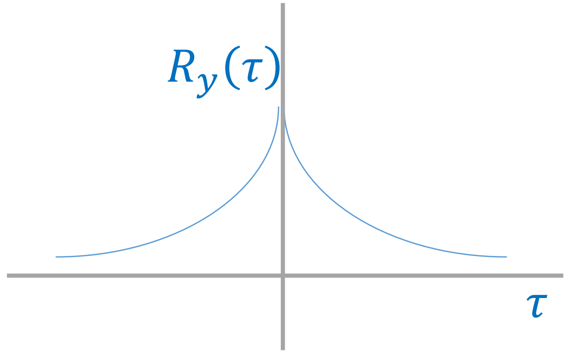










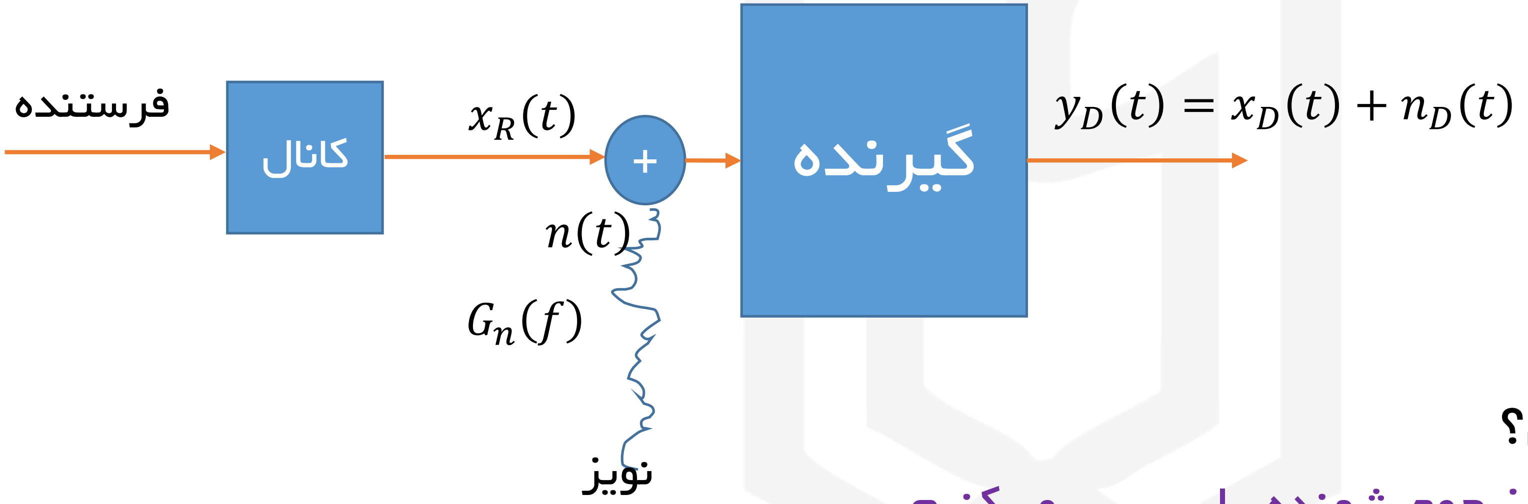


پس...

- اگر فرکانس را محدود کنیم می‌توانیم کرولیشن‌های واقعی را در خروجی مشاهده کنیم.
- نویز سفید
- نویز رنگی
- فیلترینگ

ارسال سیگنال در محیط نویزی

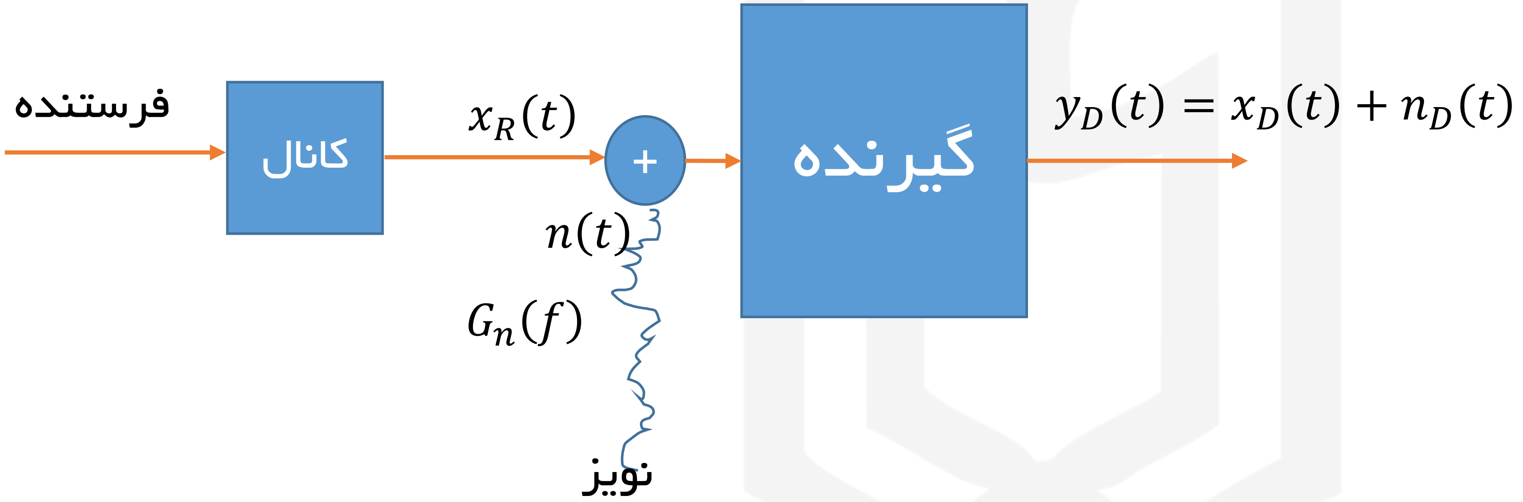
- چنین موضوعی را باید بررسی کنیم:



- مدل اثر نویز بر سیگنال؟
  - در این درس ما مدل نویز جمع شونده را بررسی می‌کنیم.
  - این نویز ترکیب نویزهای مسیر تا ورودی گیرنده است.
- بررسی اثر نویز بر روی سیگنال دریافتی در گیرنده
- بررسی مناسب بودن یا نبود مدل نوشته شده.

ارسال سیگنال در محیط نویزی

- چنین موضوعی را باید بررسی کنیم:



- اگر سیستم خطی باشد ←

- اگر گیرنده خطی نباشد ممکن است ترکیب‌های مختلف سیگنال و نویز در گیرنده ظاهر شود.
- مؤلفه‌های توان مهم هستند. اگر $2\overline{x_D.n_D}$ صفر باشد ساده می‌شود

$$\overline{y_D^2} = \overline{x_D^2} + \overline{n_D^2} + \cancel{2\overline{x_D n_D}}$$

توان سیگنال S_D

توان نویز N_D

ارسال سیگنال در محیط نویزی

$$\overline{y_D^2} = \overline{x_D^2} + \overline{n_D^2} + \cancel{2\overline{x_D n_D}}$$

توان سیگنال S_D

توان نویز N_D

- اگر به این صورت باشد:
- خروجی گیرنده یک مؤلفه سیگنال دارد و یک مؤلفه نویز
- $SNR = \frac{S_D}{N_D}$ مهمترین پارامتر در تحلیل نویز است.
- چگونه ممکن است مقدار متوسط $2\overline{x_D.n_D}$ صفر باشد؟
  ۱) متوسط نویز صفر باشد: $\overline{n_D} = 0$
  ۲) x_D و n_D از هم مستقل باشند.
- در حالت کلی SNR می‌تواند قابل تعریف نباشد.