



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

سیستمهای مخابراتی

جلسه ۷



سرفصل



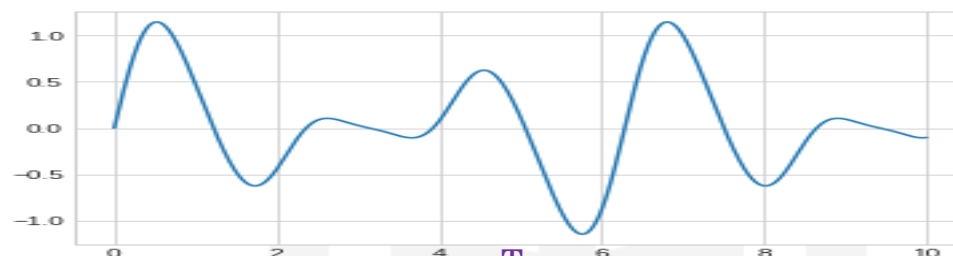
- چگالی طیف توان
- توان در سیگنال‌های معین
- توان در سیگنال‌های غیر معین (تصادفی)





توان و انرژی سیگنال‌های معین

• به متوسط زمانی نیاز داریم

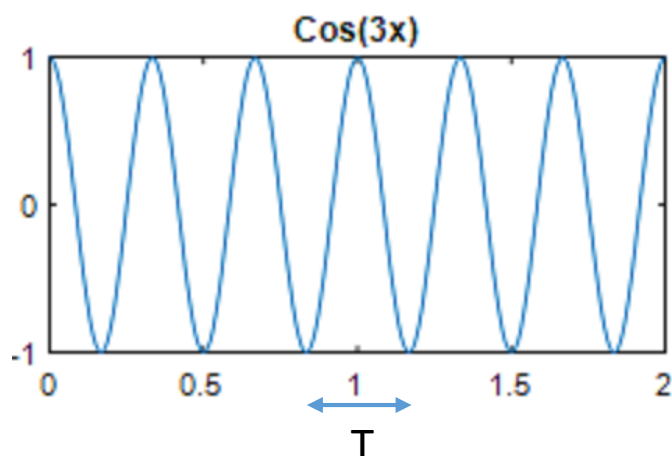


• متوسط زمانی در سیگنال‌های پریودیک

• در حالت کلی: $\langle x(t) \rangle \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$

• از روی متوسط زمانی می‌توان توان را تعریف کرد.

• اگر $v(t)$ ولتاژ دو سر یک مقاومت را نشان دهد:



• $\frac{v^2}{R} \Rightarrow$ توان لحظه‌ای $\triangleq \langle v^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |v(t)|^2 dt = P$



توان و انرژی سیگنال‌های معین

• نکته:

- در حالت کلی $v(t)$ مختلط $\Leftarrow |v(t)|^2$ گذاشته شده است.
- اگر $0 < P < \infty$ باشد اصطلاحاً می‌گوییم سیگنال $v(t)$ ، «سیگنال پریودیک توان» است.
- مثال: $v(t) = A \cos(\omega t + \phi) \Leftarrow$ توان چه مقدار است؟

توان فقط به دامنه ربط دارد و ربطی به فرکانس ندارد.

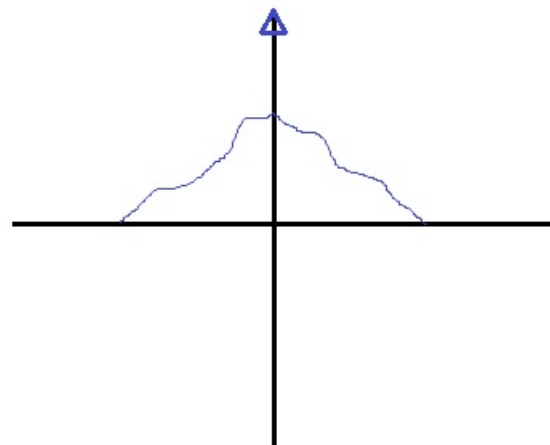
$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |v(t)|^2 dt = \frac{A^2}{2}$$



سیگنال‌های غیر پریودیک و تعریف سیگنال انرژی



- توان این سیگنال چقدر است.
- صفر است چون T بینهایت است و در مخرج فرمول است.
- در عمل سیگنال‌های غیرپریودیکی که با آنها سر و کار داریم چه نوع سیگنال‌هایی هستند؟
- اکثر سیگنال‌هایی که در زمان نامحدود هستند یا پریودیک هستند یا حدشان به سمت صفر می‌رود.





مفهوم انرژی



- برای اکثر سیگنال‌های غیر پریودیکی که در عمل با آنها سر و کار داریم دارای توان صفر هستند.

- $E \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} |v(t)|^2 dt$

- اگر $0 < E < \infty$ سیگنال انرژی است.



توان و انرژی در حوزه فرکانس

- چرا حوزه فرکانس مهم است؟

- چون در مخابرات محتوای فرکانسی سیگنال مهم است.
- سیگنالهای انرژی تبدیل فوریه قابل تعریف دارند.
- می‌توان انرژی را از روی $V(F)$ محاسبه کرد (رابطه پارسوال):

- $$E = \int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df$$

- تابع $|V(f)|^2$ چگالی طیف انرژی است:

- (۱) این انتگرال کل انرژی را می‌دهد. $(\int_{-\infty}^{\infty} |V(f)|^2 df)$

- (۲) انتگرال روبرو انرژی را در بازه فرکانسی f_1 و f_2 می‌دهد: $\int_{f_1}^{f_2} |V(f)|^2 df$

- پس برای سیگنال‌های معین کافی است تبدیل فوریه را حساب کنیم تا $|V(f)|^2$ بدست آید.



سیگنال‌های تصادفی

- $V(t)$ مشخص نیست که تبدیل فوریه بگیریم!
- برای این سیگنال‌ها از تابع همبستگی (correlation) استفاده می‌کنیم. (درس آمار)
- از روی ضرب داخلی دو سیگنال.
- اول از سیگنال‌های توان شروع می‌کنیم.
- اگر $v(t)$ و $\omega(t)$ دو سیگنال **توان** باشند ضرب داخلی‌شان را به این صورت تعریف می‌کنیم:
 - $\langle v(t), \omega^*(t) \rangle \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \omega^*(t) dt$
- به همین ترتیب برای سیگنال‌های **انرژی**:
- $\langle v(t), \omega^*(t) \rangle \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(t) \omega^*(t) dt$



سیگنال‌های تصادفی

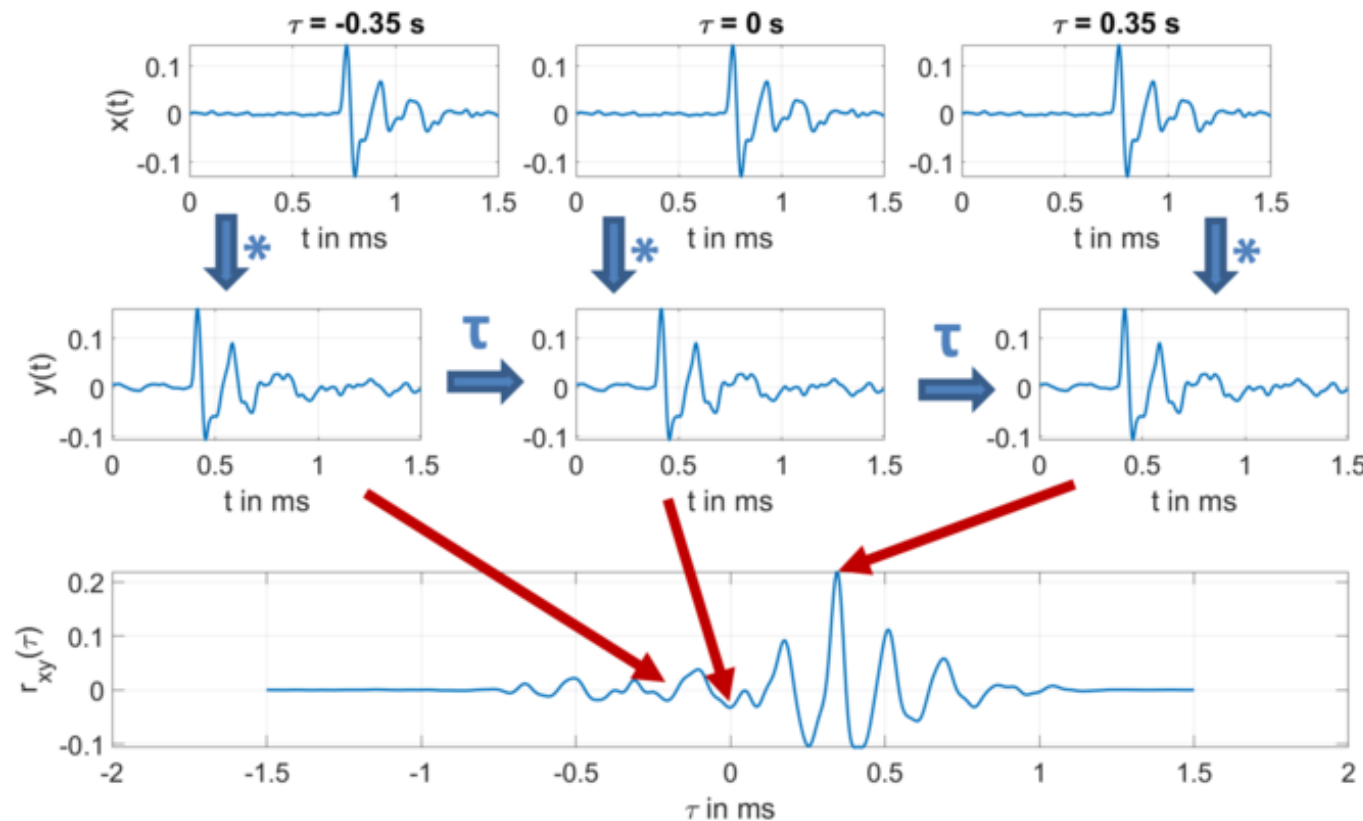
- با استفاده از تعریف گفته شده ضرب داخلی تابع Autocorrelation را تعریف می‌شود:
- $R_v(\tau) = R_{vv}(\tau) = \langle v(t)v^*(t - \tau) \rangle$
- ارتباط این تابع با مفهوم انرژی و توان سیگنال چیست؟
- اگر $\tau = 0$ بگذاریم مقدار این تابع می‌شود توان یا انرژی. (بسته به توان یا انرژی بودن)
- این کل توان یا انرژی را می‌دهد. ما به دنبال توان و انرژی در فرکانس‌های مختلف هستیم.
- برای دو سیگنال $v(t)$ و $\omega(t)$ تابع همبستگی به این صورت تعریف می‌شود:
- $R_{v\omega}(\tau) = \langle v(t)\omega^*(t - \tau) \rangle$
- برای سیگنال $v(t)$ مقدار $R_v(\tau)$ به τ بستگی دارد که با t متفاوت است.



کاربرد تابع همبستگی

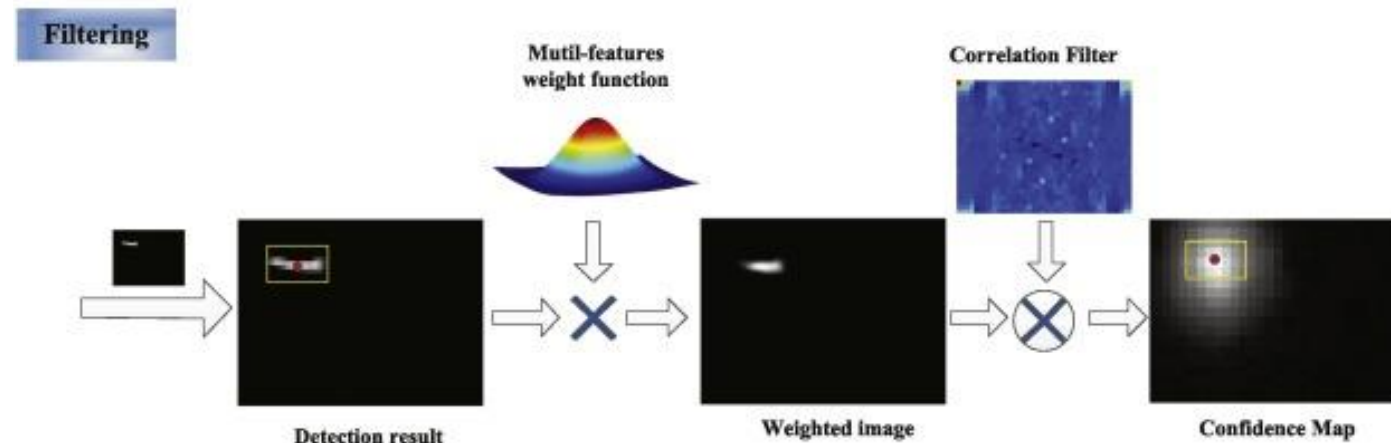
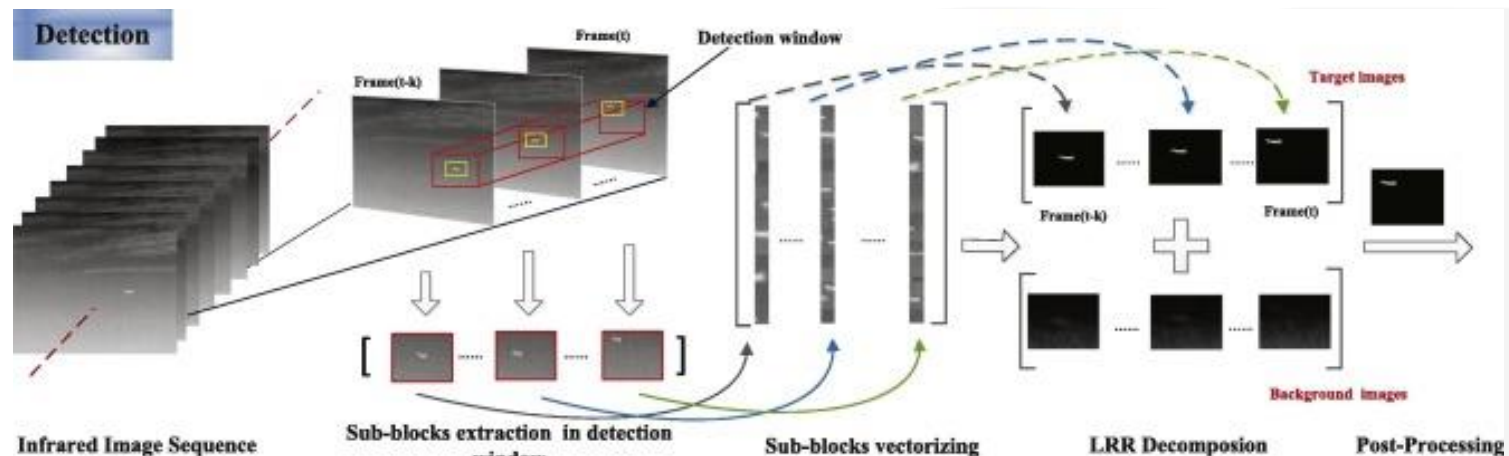
- فرض کنید سیگنال صوت حاصل از ادای حروف داریم و از قبل شکل صوت یک حرف را داریم. اگر همبستگی سیگنال شناخته شده با سیگنال صوتی جدید را داشته باشیم وقتی حرف مورد نظر ادا شود. در آن نقطه مورد نظر مقدار تابع همبستگی زیاد می‌شود.

Pattern
recognition





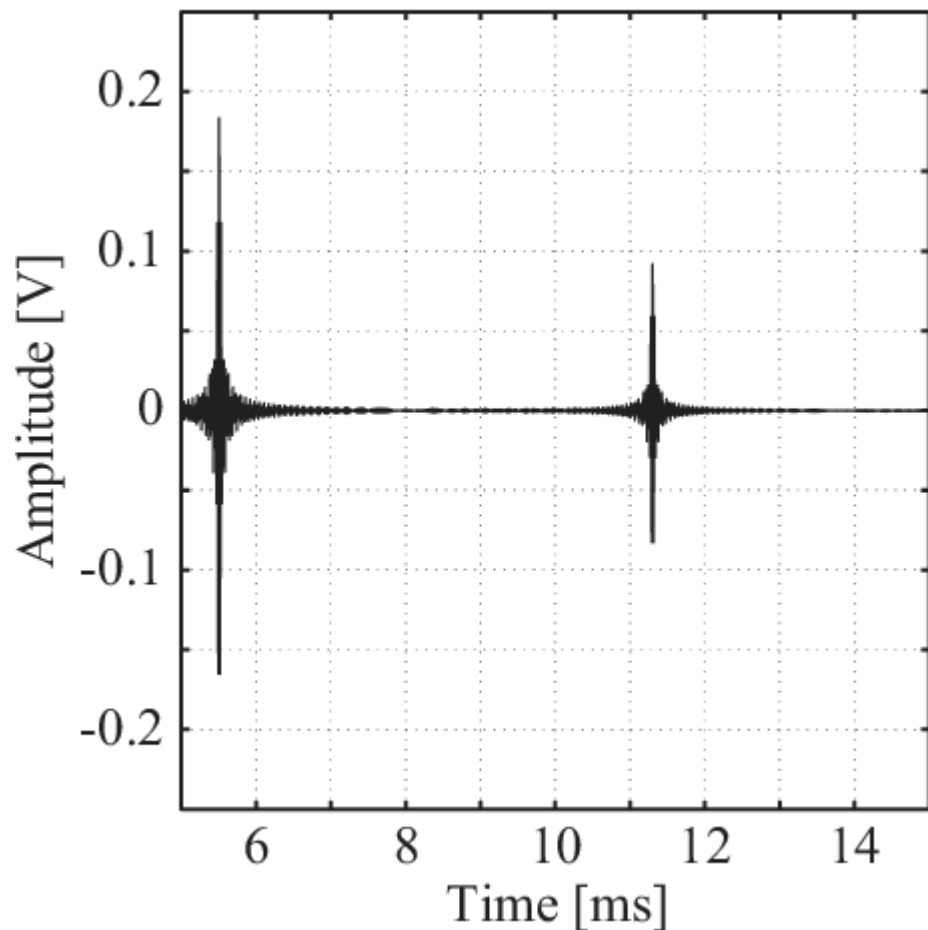
کاربرد تابع همبستگی



• ردگیری هدف در موشک کروز



کاربرد همبستگی



- اندازه گیری فاصله عادی
- اندازه گیری فاصله در محیط نویزی



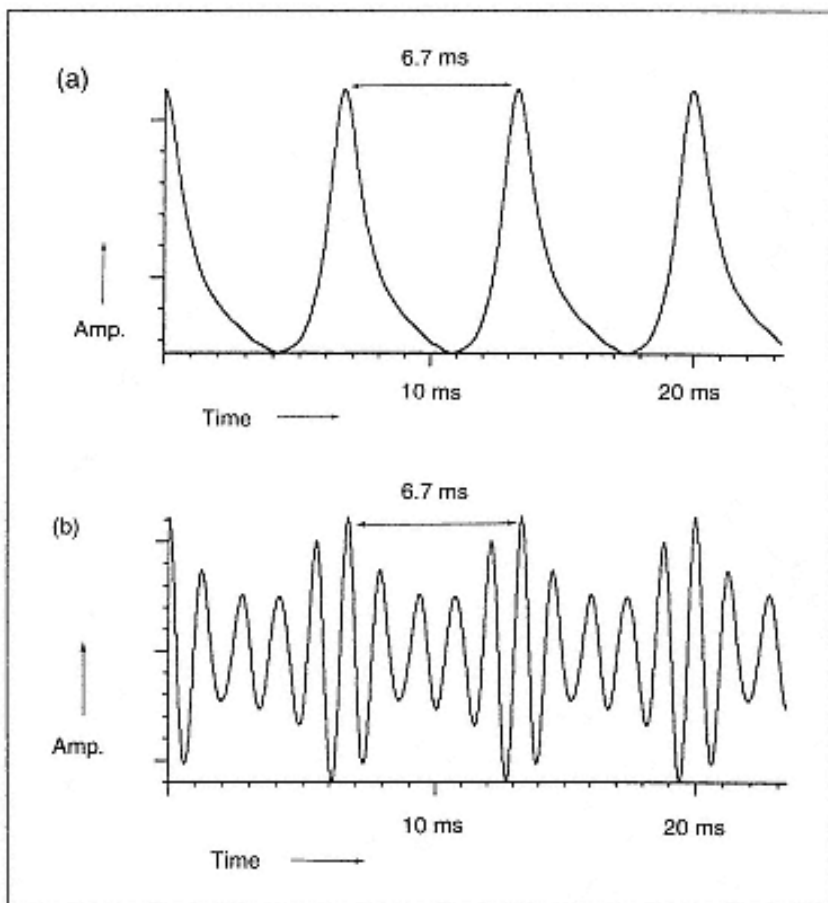
ارتباط همبستگی با محتوای فرکانسی



• محتوای فرکانسی: چه سیگنالهای پریودیکی سیگنال را درست کرده‌اند.

• (a) اتوکورلیشن

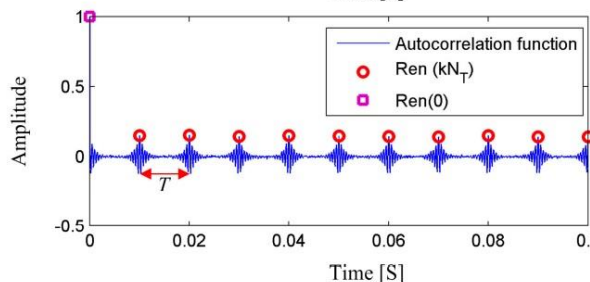
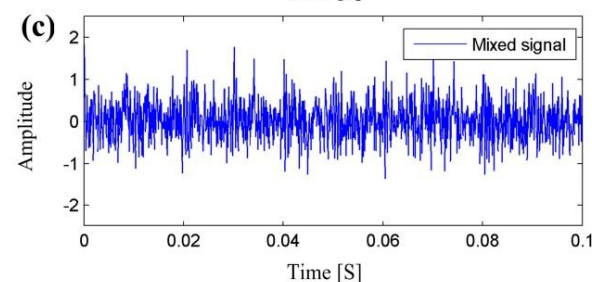
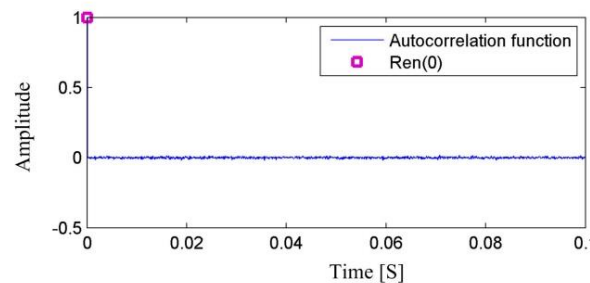
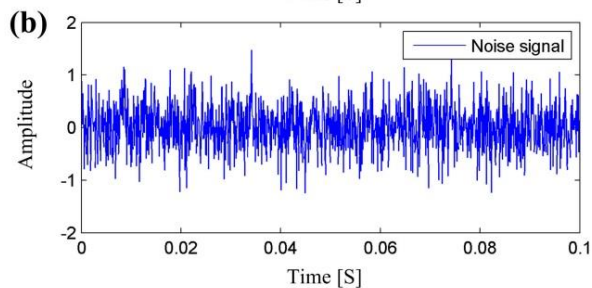
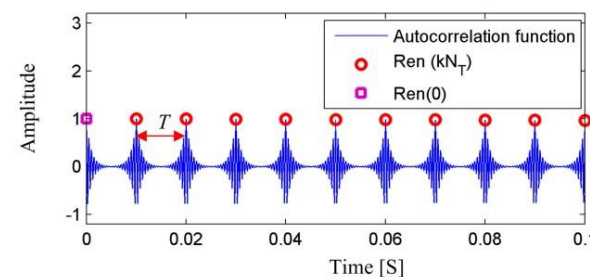
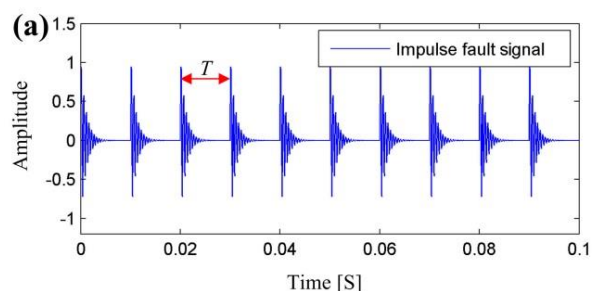
• (b) سیگنال پریودیک





ارتباط همبستگی با محتوای فرکانسی

- محتوای فرکانسی: چه سیگنالهای پریودیکی سیگنال را درست کرده اند.
- سیگنالی که از شکل آن پریود مشخص نیست





تبدیل فوریه $R_v(\tau)$

- $R_v(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)v^*(t - \tau)dt$

- شبیه کانولوشن است.

- با استفاده از خواص تبدیل فوریه: (به عنوان تمرین اثبات کنید)

- $\mathcal{F}(R_v(\tau)) = |V(F)|^2$

$$R_v(\tau)$$

$R_v(0)$ = کل
توان یا انرژی

$\mathcal{F}[v(t)]$ = تابع
چگالی طیف



نتیجه



- مفهوم چگالی طیف برای سیگنال‌های معین $\leftarrow |V(f)|^2$ از روی سیگنال قابل محاسبه است.
- پس مسیری که رفتیم برای سیگنال‌های معین توجیه پذیر نیست.
- برای سیگنال‌های تصادفی از این مسیر دوم استفاده می‌کنیم.
- ادامه راه: یافتن $R_v(\tau)$ برای سیگنال‌های تصادفی



سیگنال‌های تصادفی

• در حوزه سیگنال‌ها و کاربردهای آن از جمله مخابرات با دو نوع سیگنال سر و کار داریم:

• (۱) معین (deterministic)

• (۲) تصادفی (Stochastic یا Random)

• مفهوم تصادفی یک مفهوم فلسفی است که زیاد وارد مفهوم لغوی نمی‌شویم

• تصادفی بودن سیگنال از کجا ناشی می‌شود؟

• اگر سیگنال معین بود نیازی به ارسال آن نبود. هر چه تصادفی بودن سیگنال بیشتر باشد می‌تواند اطلاعات بیشتری را منتقل کند. (مربوط به فرستنده)

• وقتی سیگنال ارسال شد در مسیر ممکن است تغییراتی در آن ایجاد شود. (در عبور از کانال). (الف) منابع تداخلی. (ب) مشخصات کانال ممکن است تصادفی باشد. (تلفات، تأخیر، کانال چند مسیری و ...) (ج) نویز



سیگنال تصادفی

- مدل‌های مختلف تولید سیگنال دیجیتال تصادفی وجود دارد. (تولید کنندگان صوت)
- بیشتر بحث ما روی نویز است.

