وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

سیستمهای دیجیتال ۱

جلسه ۹

مدرس: دکتر محمد هاشمی‌نژاد

پیاده سازی عبارات SOP

- فرم: SOP مجموع(OR)چند ترم ضربی(AND) از ورودی ها یا مکمل های آنها

$$X = A\overline{B} + AC + \overline{A}BC$$
$$X = AC\overline{D} + \overline{C}D + B$$
$$X = B\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}DE + CD$$

$\overline{A}(B+C)X$

- فرم: POS ضرب(AND) چند ترم جمعی(OR) از ورودی ها یا مکمل های آنها

$$X = (A + \overline{B}) \cdot (B + C)$$
$$X = (B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (B + C + \overline{E})$$
$$X = (A + \overline{C}) \cdot (\overline{B} + E) \cdot (C + B)$$

$(A+BC)(B+C)$

پیاده سازی عباراتSOP

- •فرم ISOPارجحیت دارد.

زیرا به صورت مستقیم از روی جدول درستی یا دیاگرام های زمان بندی تعیین خواهند شد. همچنین به راحتی فقط توسط گیت NAND هم پیاده سازی می شوند .

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

پیاده سازی عبارات SOP

- تبدیل به فرم SOP و POS با قضیه دمورگان

$$X = \overline{A\overline{B} + \overline{C}D}$$

$$= \overline{A\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}D}$$

Pos

$$= (\bar{A}+B)\cdot(C+\bar{D})$$

$$= \bar{A}C + \bar{A}\bar{D} + BC + B\bar{D}$$

SOP

$2^4 = 16$ حالت

$= 1$

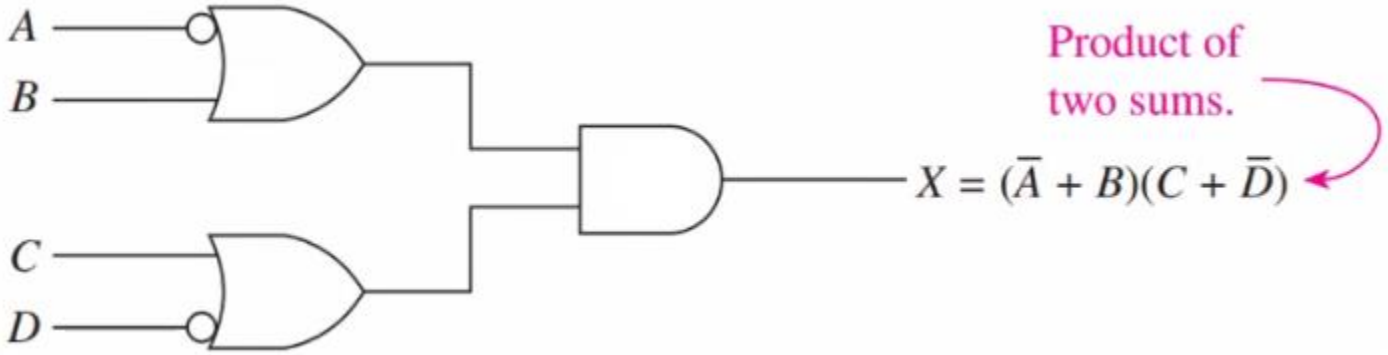
A	B	C	D	X
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

پیاده سازی عبارات SOP

- تبدیل به فرم SOP و POS با قضیه دمورگان
-

$$X = \overline{A\overline{B} + \overline{C}D}$$

$$X = (\overline{A} + B) \cdot (C + \overline{D}) \quad \leftarrow \text{POS}$$



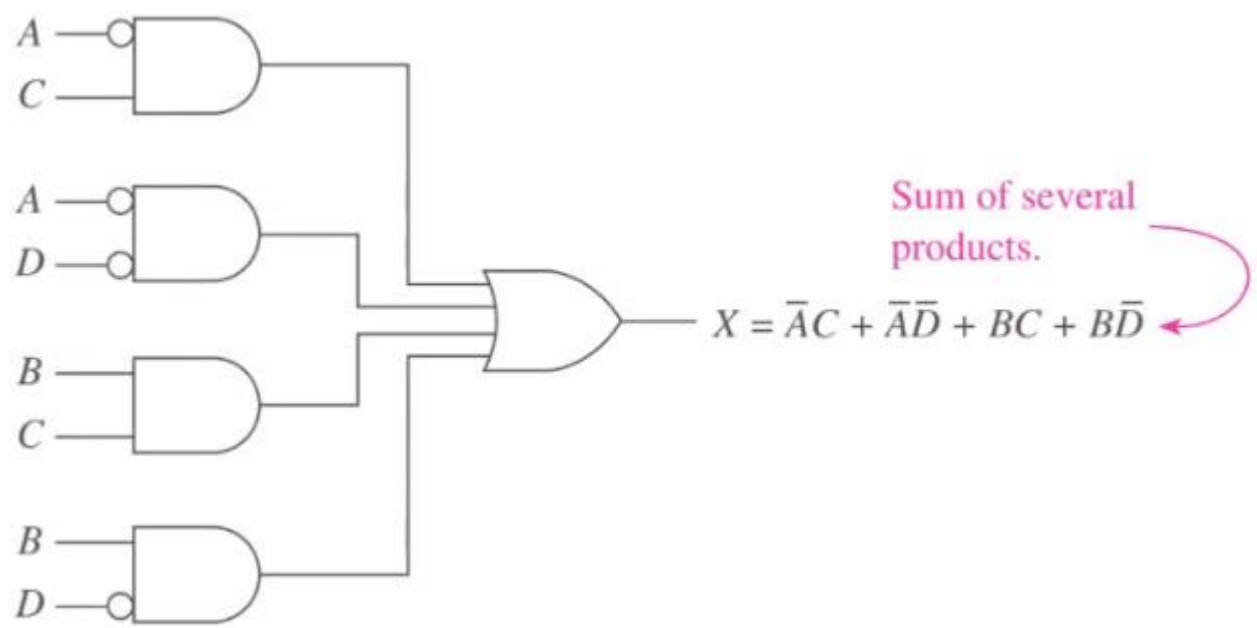
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

پیاده سازی عباراتSOP

- تبدیل به فرم SOP و POS با قضیه دمورگان
-

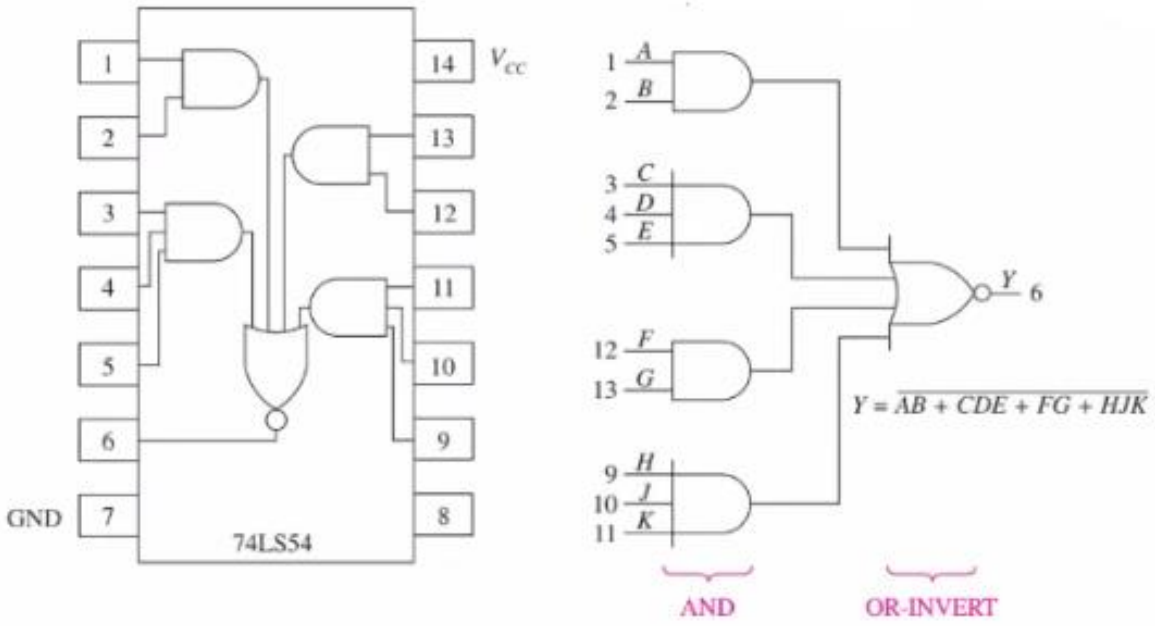
$$X = \overline{A\overline{B} + \overline{C}D}$$

$$X = \overline{A}C + \overline{A}\,\overline{D} + BC + B\overline{D} \quad \leftarrow \text{SOP}$$



پیاده سازی عباراتSOP

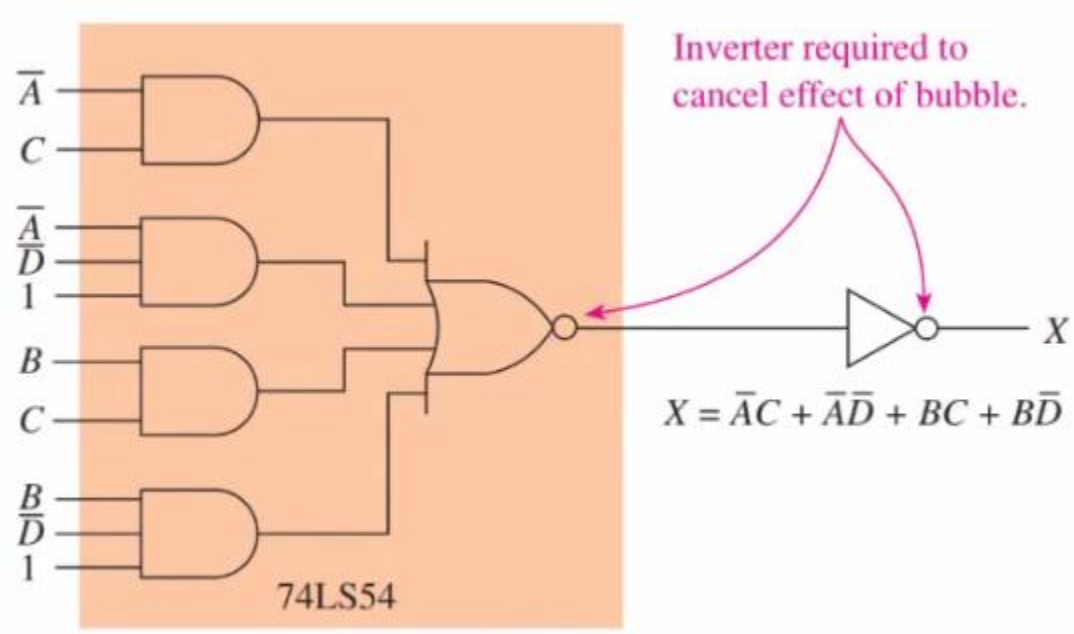
- ممکن است فرم SOP نیاز به گیت های بیشتر برای پیاده سازی داشته باشد .
- کار کردن با SOP خیلی راحت تر از POS است .
- آی سی های مخصوصی هم برای پیاده سازی سریع تر SOP وجود دارند.
- آی سی های(AOI) AND–OR–INVERT .
- مثال: 74LS54 TTL



Https://www.drisnet.com

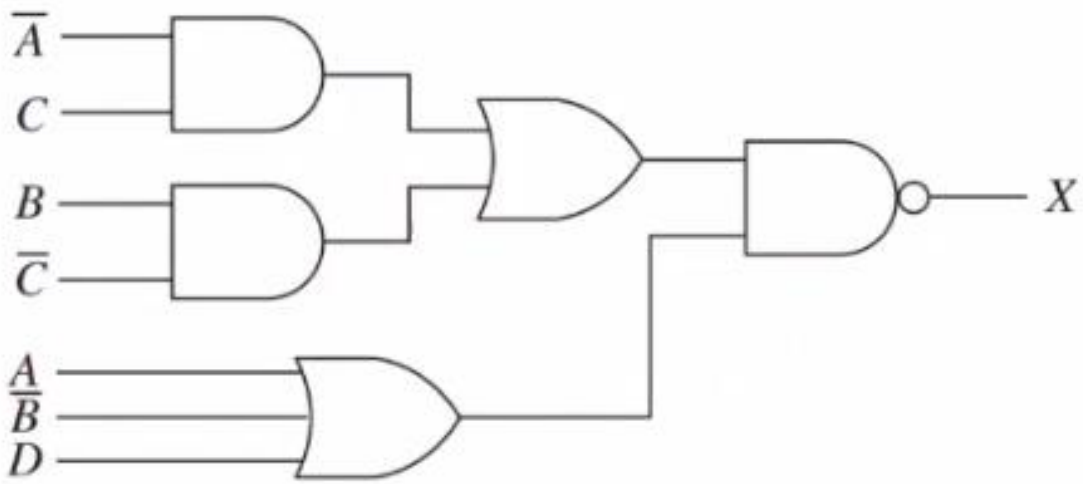
پیاده سازی عباراتSOP

- اگر از برخی ورودی ها استفاده نشده باشد، باید به یک منطقی متصل شوند .
- برای تبدیل به SOP باید یک گیت NOT در خروجی قرار گیرد.



پیاده سازی عباراتSOP

- پیاده سازی با آی سی 74LS54

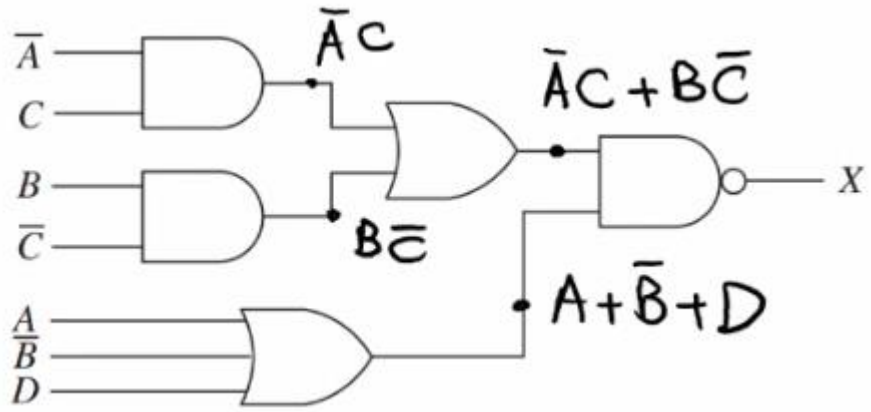


$$X = \overline{(\overline{A}C + B\overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + D)}$$

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

پیاده سازی عباراتSOP

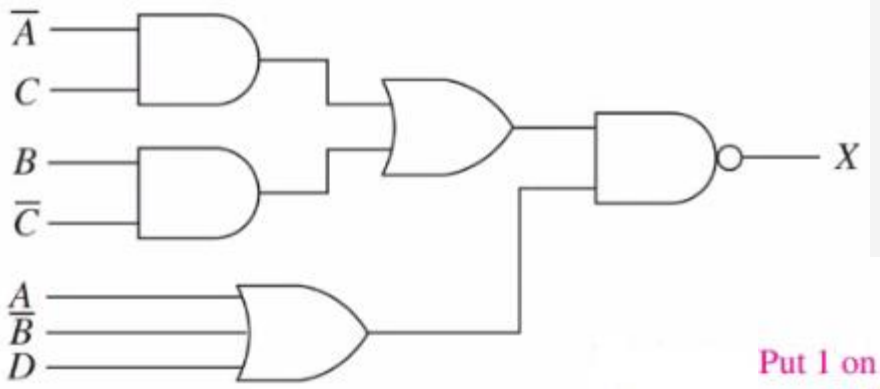
- پیاده سازی با آی سی 74LS54 ← SoP

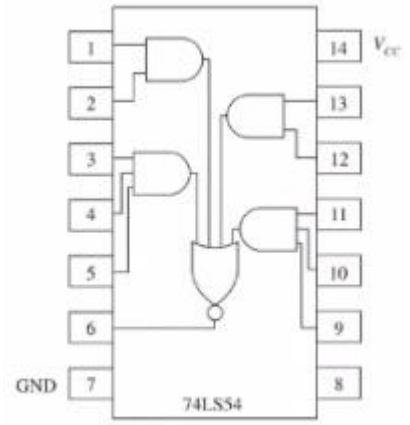


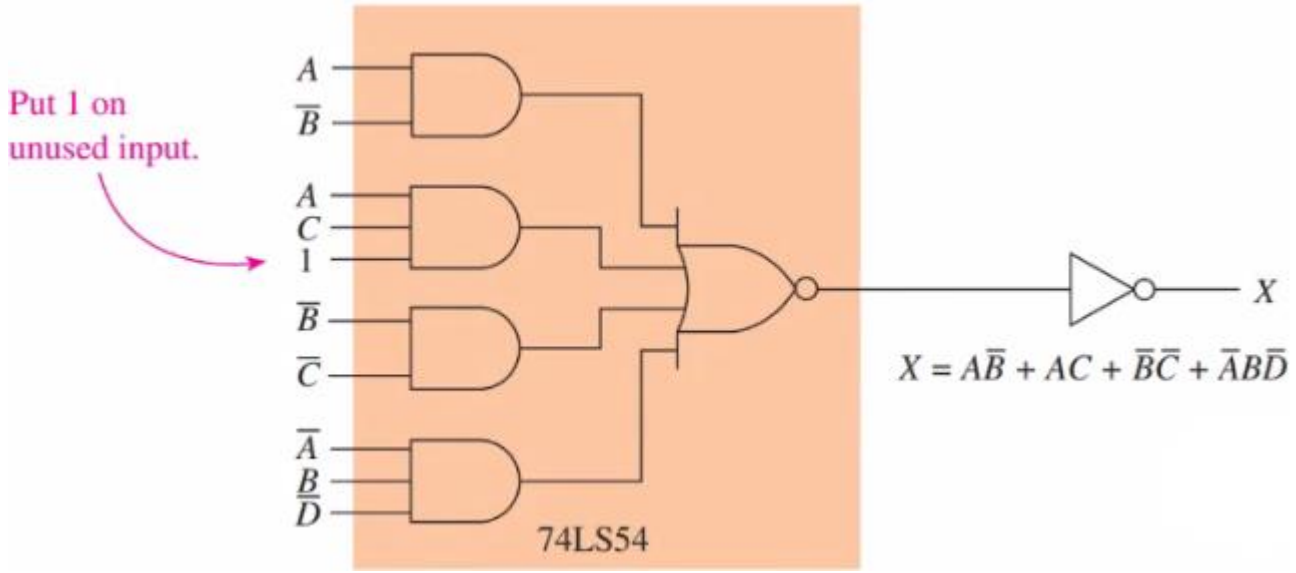
$$
\begin{aligned}
X &= \overline{(\bar{A}C + B\bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + D)} \\
&= \overline{\bar{A}C} + \overline{B\bar{C}} + \overline{A + \bar{B} + D} \\
&= \bar{A}C \cdot B\bar{C} + \bar{A}B\bar{D} \\
&= (A + \bar{C})(\bar{B} + C) + \bar{A}B\bar{D} \\
&= A\bar{B} + AC + \bar{B}\bar{C} + \bar{C}C + \bar{A}B\bar{D} \\
&= A\bar{B} + AC + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{D} \quad \leftarrow SOP
\end{aligned}
$$

پیاده سازی عباراتSOP

- پیاده سازی با آی سی 74LS54







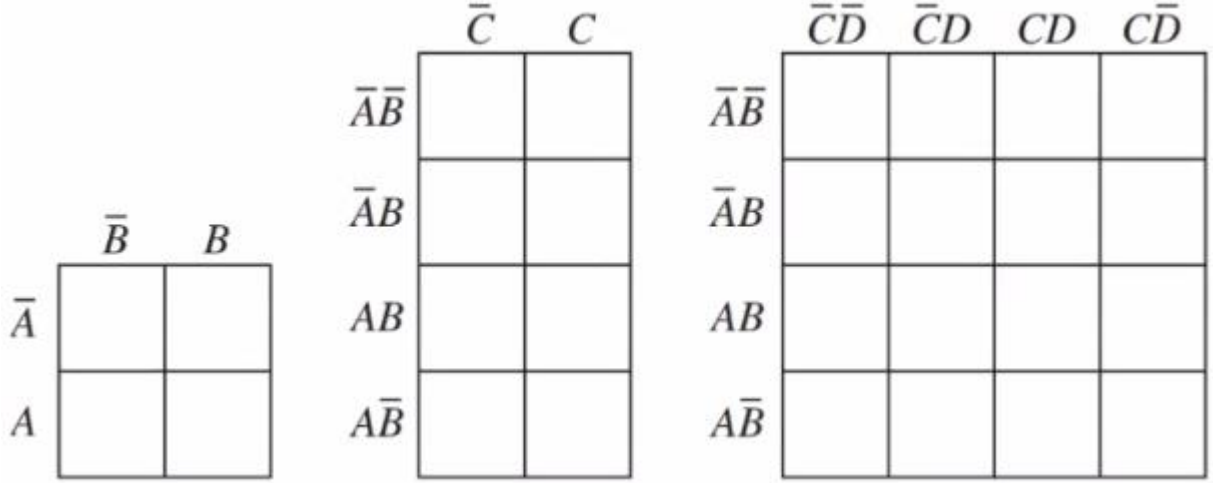
جدول کارنو

- ساده سازی مدار تا حد ممکن منجر به هزینه، حجم و خرابی کمتر می شود.
- برای مدارات پیچیده استفاده از قواعد پایه جبر بولی برای ساده سازی، سخت و زمان بر است.
- جدول کارنو یک روش سیستماتیک برای تعیین فرم مینیمال عبارات منطقی است.
- جدول کارنو مشابه جدول درستی، اما چیدمان آن طوری است که بتوان عبارت را ساده سازی کرد.
- هر ترکیب منطقی از ورودی با یک سلول (خانه) نمایش داده می شود.
- جدول کارنو برای ساده سازی عبارات منطقی با ۲ تا ۶ متغیر می تواند استفاده شود.
- اما برای عبارات ۵ و ۶ متغیره مراحل خیلی طولانی خواهد بود .

جدول کارنو

- تعداد سلول ها معادل با تعداد ترکیبات ممکن در ورودی ها (تعداد حالت ها در جدول کارنو) است. هر سلول متناظر با یک ترکیب خاص از ورودی ها است .

- چیدمان سلول ها به شکلی است که سلول های مجاور فقط در یک ورودی اختلاف داشته باشند.



Https://www.drisnet.com

جدول کارنو

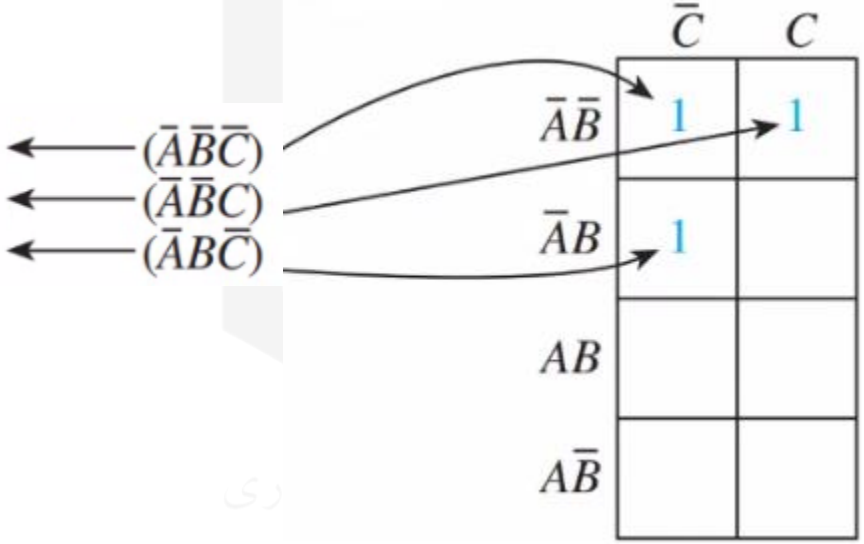
- گام اول :تبدیل عبارت منطقی به فرم SOP
- گام دوم :نگاشت فرم SOP به جدول کارنو (قرار دادن ۱ در سلول هایی که عبارت یک می شود)
- گام سوم :گروه بندی سلول های شامل ۱ در گروه های ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ تایی (حداکثر تعداد سلول)
- گام چهارم :یافتن عبارت منطقی متناظر با هر گروه (ترم های مشترک باقی می مانند)
- گام پنجم :جمع کردن تمام عبارات منطقی در گام قبل

جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \overline{A}(\overline{B}C + \overline{B}\,\overline{C}) + \overline{A}B\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

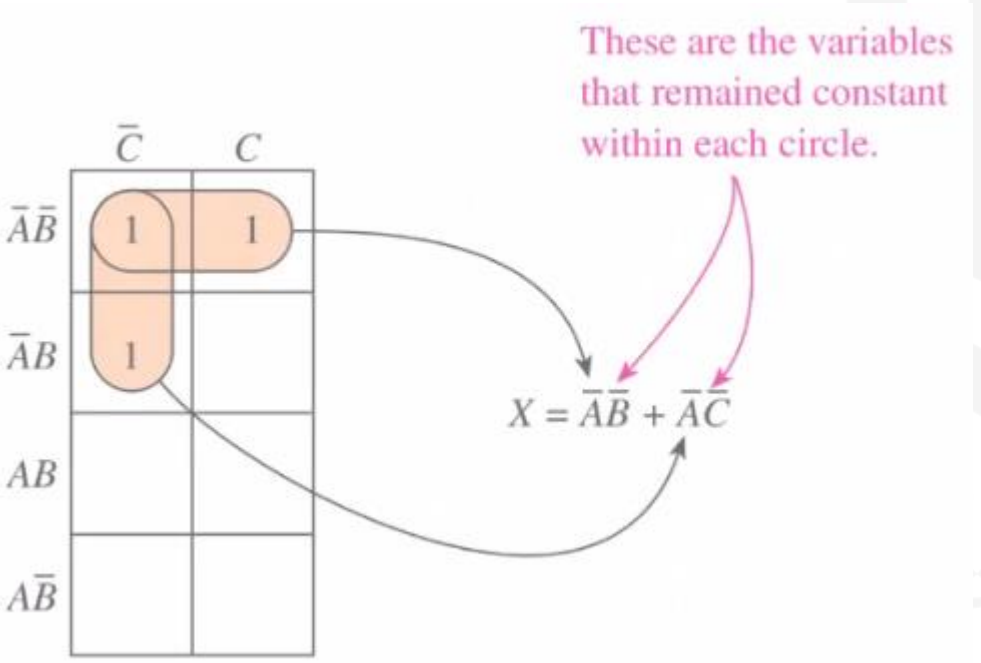
A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0



جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \overline{A}(\overline{B}C + \overline{B}\,\overline{C}) + \overline{A}B\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

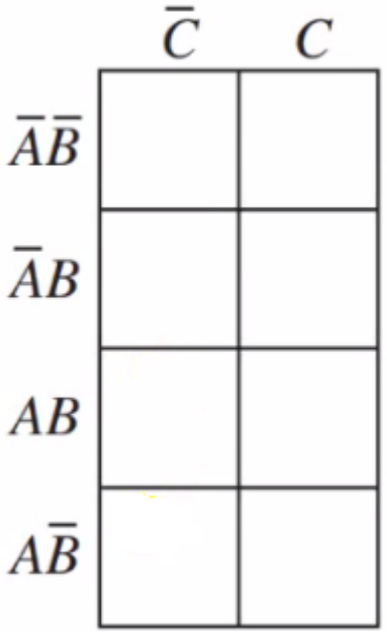


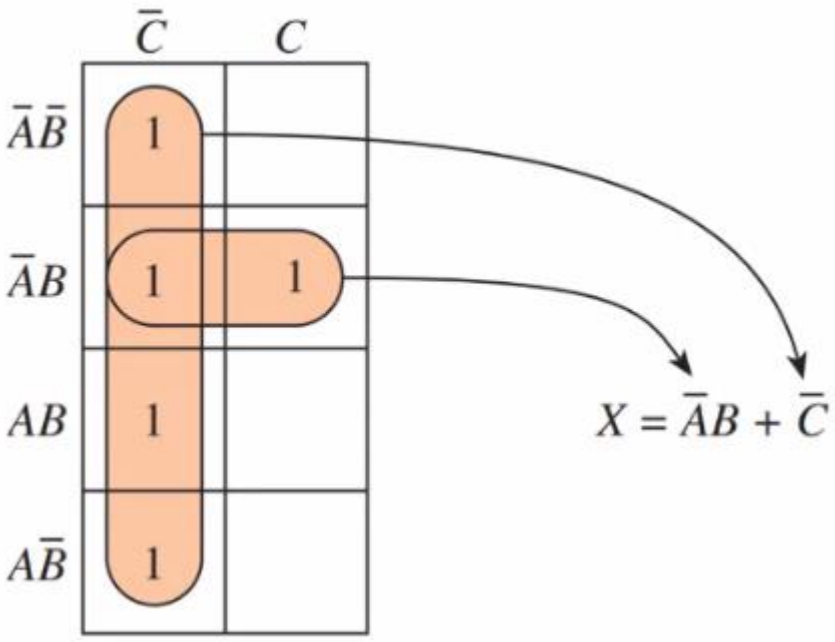
$$\begin{aligned} X &= \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} \\ &= \overline{A}\,\overline{B}(C + \overline{C}) + \overline{A}B\overline{C} \\ &= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B\overline{C} \\ &= \overline{A}(\overline{B} + B\overline{C}) \\ &= \overline{A}(\overline{B} + \overline{C}) \\ &= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} \end{aligned}$$

جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \bar{A}B + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + AB\bar{C} + A\bar{B}\,\bar{C}$$

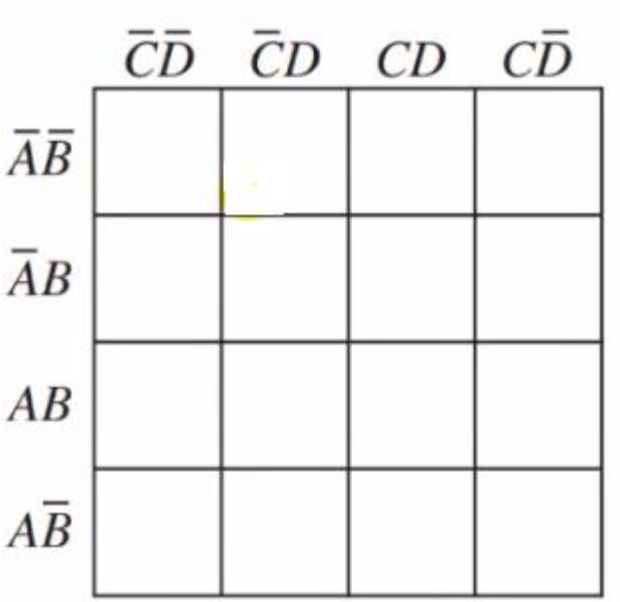


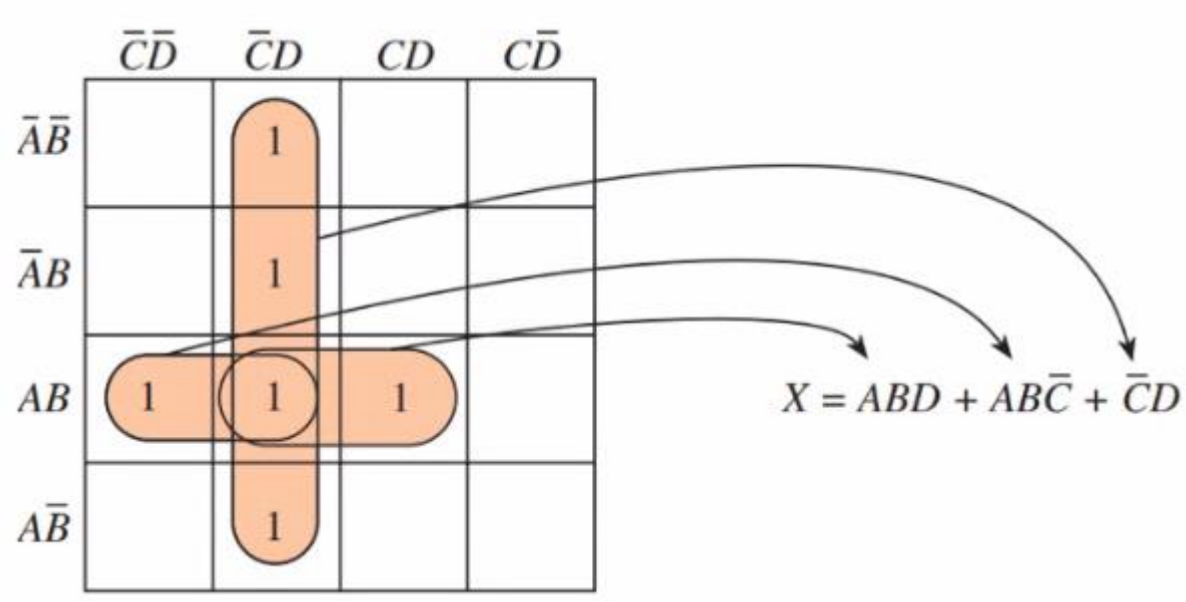


جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}\,\bar{C}D + \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}D + AB\bar{C}D + AB\bar{C}\,\bar{D} + ABCD$$

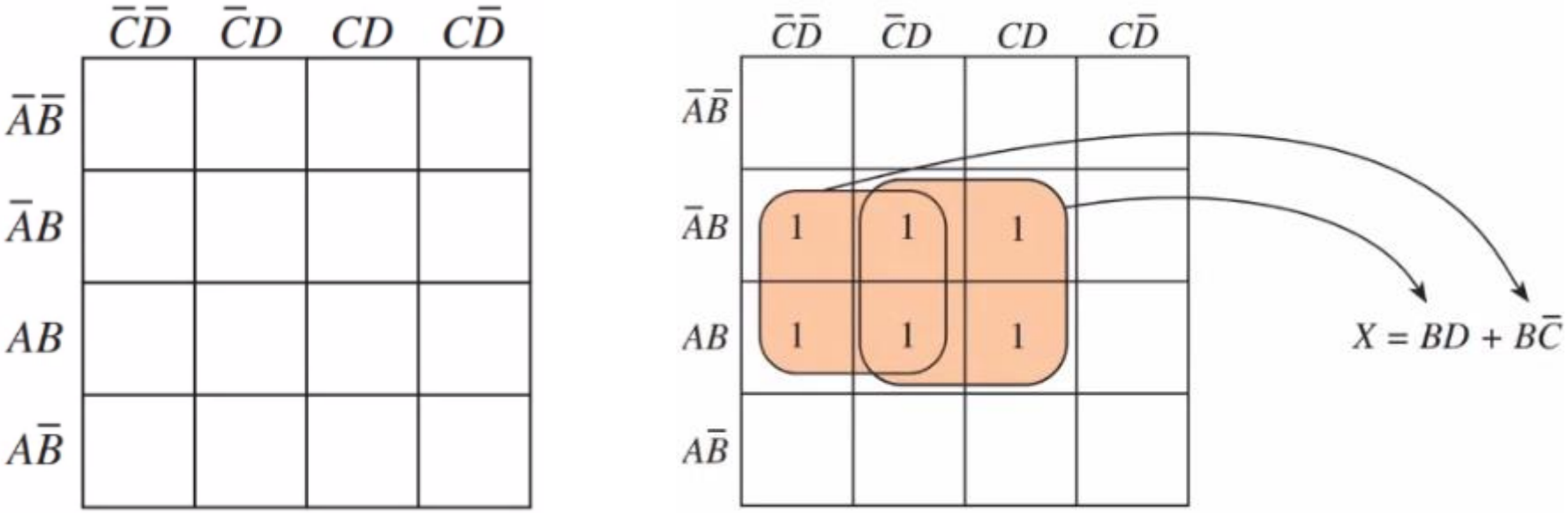




جدول کارنو

- حل چند مثال

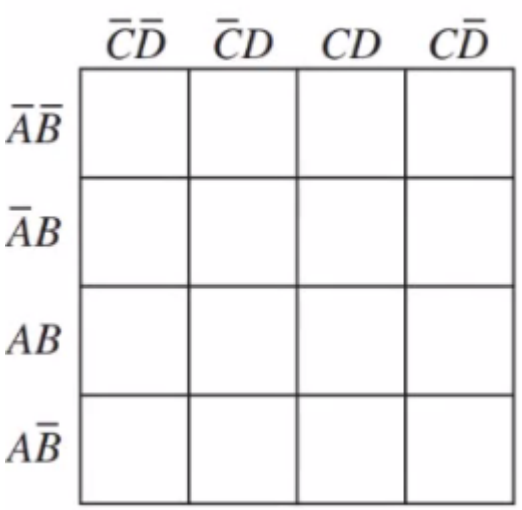
$$X = B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + AB\bar{C}D + \bar{A}BCD + ABCD$$

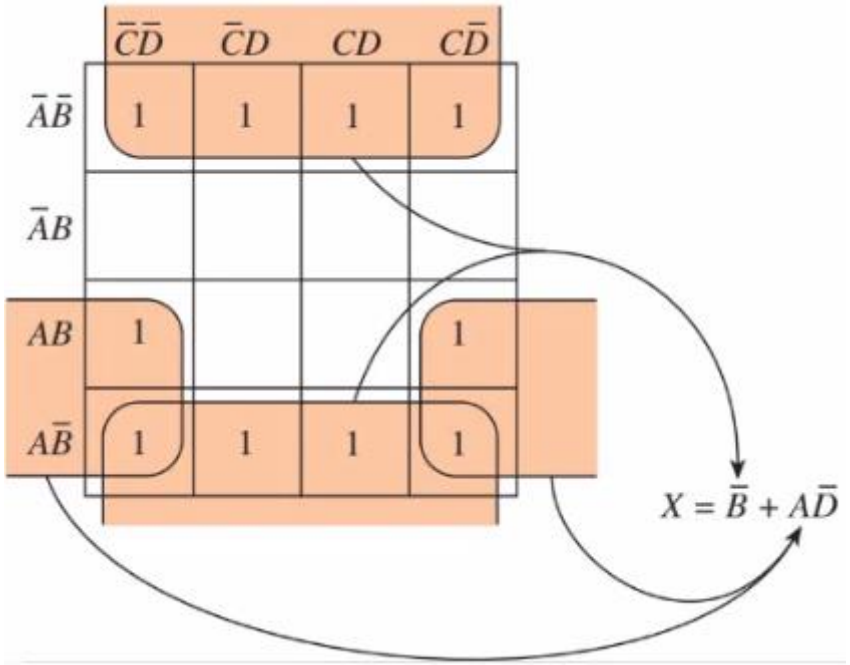


جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + A\bar{C}\,\bar{D} + A\bar{B} + AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\,B\bar{C}$$

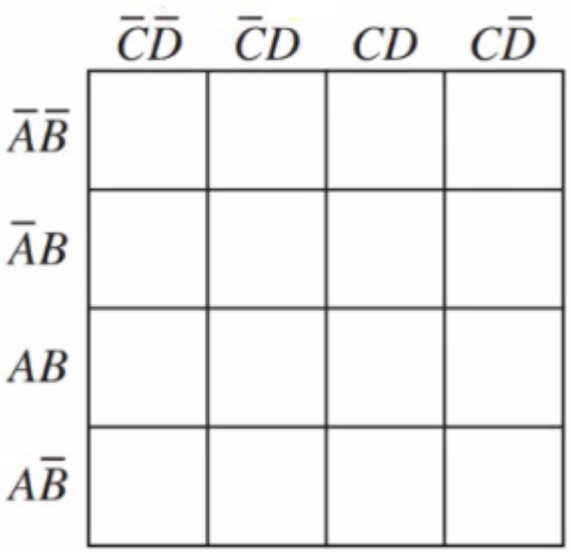


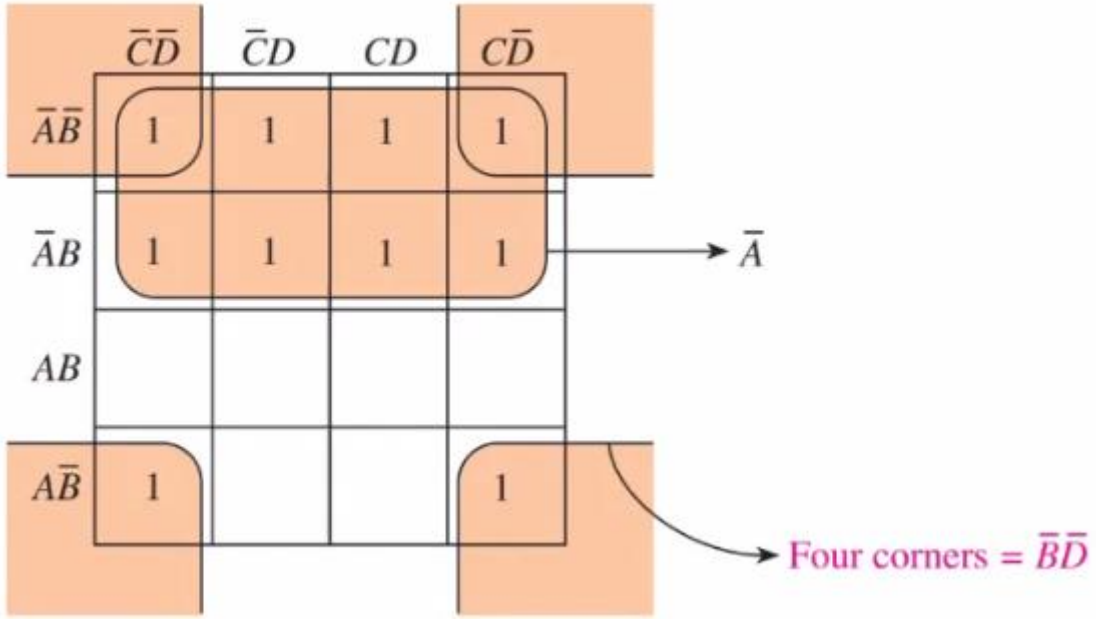


جدول کارنو

- حل چند مثال

$$X = \bar{A}\,\bar{D} + A\bar{B}\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{C}D + \bar{A}CD$$

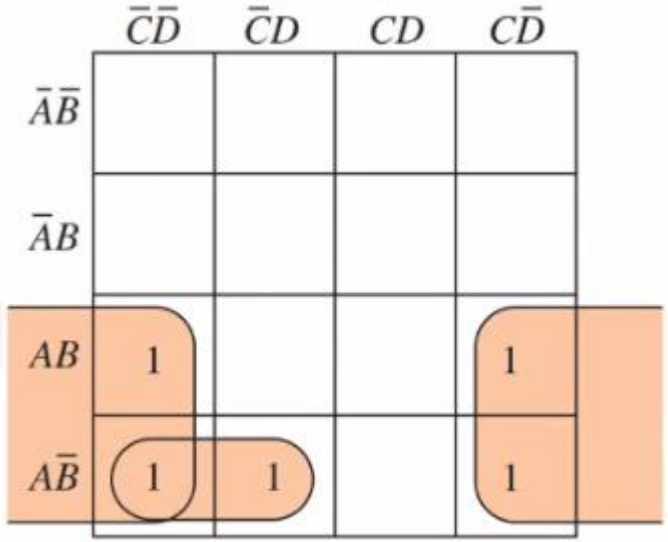




جدول کارنو

- مداری با استفاده از AOI طراحی کنید که اگر عدد هگزادسیمال ورودی بین ۰ تا ۹ و فرد باشد، خروجی یک منطقی تولید کند.

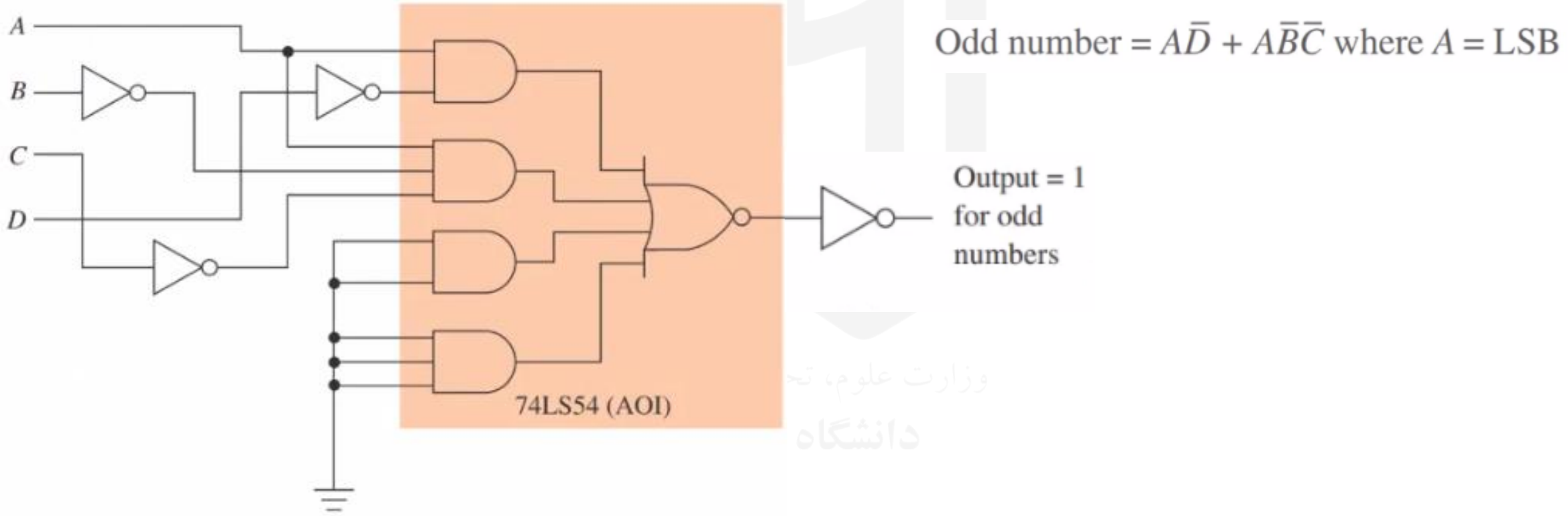
D	C	B	A	DEC	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	$\leftarrow A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
0	0	1	0	2	
0	0	1	1	3	$\leftarrow A\bar{B}C\bar{D}$
0	1	0	0	4	
0	1	0	1	5	$\leftarrow A\bar{B}C\bar{D}$
0	1	1	0	6	
0	1	1	1	7	$\leftarrow ABC\bar{D}$
1	0	0	0	8	
1	0	0	1	9	$\leftarrow A\bar{B}\bar{C}D$



Odd number = $A\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}$ where A = LSB

جدول کارنو

- مداری با استفاده از AOI طراحی کنید که اگر عدد هگزادسیمال ورودی بین ۰ تا ۹ و فرد باشد، خروجی یک منطقی تولید کند.



روش کوییین–مک کلوسکی

- مزیت: ساده سازی عبارات منطقی با تعداد متغیرهای بیشتر نسبت به جدول کارنو
- برای عبارات منطقی تا ۴ متغیر استفاده از نگاشت کارنو بهتر است .
- در استفاده از الگوریتم کوییین – مک کلوسکی، عبارت منطقی حتما باید به فرم استاندارد باشد.
- فرم استاندارد: SOP در تمام ترم های ضربی تمام متغیرهای ورودی (خودش یا مکلمش) وجود داشته باشد.
- تبدیل SOPغیر استاندارد به استاندارد با ضرب ترم های غیر استاندارد در OR متغیر غایب و مکمل آن

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

روش کوبین–مک کلوسکی

- الگوریتم کوبین–مک کلوسکی

دسته بندی بر اساس تعداد یک‌ها

مقایسه دسته‌های مجاور و ترکیب آنها

گروه‌بندی مجدد خروجی های قدم دوم

حذف عبارت‌های اضافی

روش کوییین–مک کلوسکی

- $F(A,B,C,D) = \Sigma m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ دسته‌بندی بر اساس تعداد یکها

دسته

	Column I	
0:	0	0000
	2	0010
1:	8	1000
	5	0101
	6	0110
2:	10	1010
	12	1100
	7	0111
3:	13	1101
	14	1110
4:	15	1111

اختلاف یک بیت

Column I			Column II		Column II		Column III	
0	0000	✓	(0,2)	00-0	0: (0,2)	00-0 ✓	(0,2,8,10)	-0-0
2	0010	✓	(0,8)	-000	(0,8)	-000 ✓	(0,8,2,10)	-0-0
8	1000	✓	(2,6)	0-10	(2,6)	0-10 ✓	(2,6,10,14)	--10
5	0101	✓	(2,10)	-010	1: (2,10)	-010 ✓	(2,10,6,14)	--10
6	0110	✓	(8,10)	10-0	(8,10)	10-0 ✓	(8,10,12,14)	1--0
10	1010	✓	(8,12)	1-00	(8,12)	1-00 ✓	(8,12,10,14)	1--0
12	1100	✓	(5,7)	01-1	(5,7)	01-1 ✓	(5,7,13,15)	-1-1
7	0111	✓	(5,13)	-101	(5,13)	-101 ✓	(5,13,7,15)	-1-1
13	1101	✓	(6,7)	011-	2: (6,7)	011- ✓	(6,7,14,15)	-11-
14	1110	✓	(6,14)	-110	(6,14)	-110 ✓	(6,14,7,15)	-11-
15	1111	✓	(10,14)	1-10	(10,14)	1-10 ✓	(12,13,14,15)	11--
			(12,13)	110-	(12,13)	110- ✓	(12,14,13,15)	11--
			(12,14)	11-0	(12,14)	11-0 ✓		
			(7,15)	-111	3: (7,15)	-111 ✓		
			(13,15)	11-1	(13,15)	11-1 ✓		
			(14,15)	111-	(14,15)	111-		

Https://www.drisnet.com

روش کوییین–مک کلوسکی

- در گام آخر مینترم های تکراری را حذف می کنیم تا فرم مینیمال حاصل شود.
- Prime Implicant Table. مواردی که تیک خورده‌اند وارد این جدول نمی‌شوند.
- خط فاصله=
- Don’t care

مینترم‌های تابع f

	$B'D'$ (0,2,8,10)	CD' (2,6,10,14)	BD (5,7,13,15)	BC (6,7,14,15)	AD' (8,10,12,14)	AB (12,13,14,15)
✓ 0	X					
✓ 2	X	X				
5			X			
6		X		X		
✓ 7			X	X		
✓ 8	X				X	
✓ 10	X	X			X	
12					X	X
✓ 13			X			X
14		X		X	X	X
✓ 15			X	X		X

روش کوییین–مک کلوسکی

- در گام آخر مینترم های تکراری را حذف می کنیم تا فرم مینیمال حاصل شود.
- Prime Implicant Table .مواردی که تیک خورده‌اند وارد این جدول نمی‌شوند
- اگر CD' را انتخاب کنیم ۶ و ۱۴ انتخاب می‌شود و میماند ۱۲ که با انتخاب AD' آن هم انتخاب می‌شود.
- پس به BC و AB نیازی نداریم.

	CD' (2,6,10,14)	BC (6,7,14,15)	AD' (8,10,12,14)	AB (12,13,14,15)
6	X	X		
12			X	X
14	X	X	X	X

- $F = B'D' + BD + CD' + AD' = B \odot D + \overline{D}(C + A)$