



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جیرفت

مبانی برق ۲

درس چهارم

مدرس: دکتر محمد علی محمدی

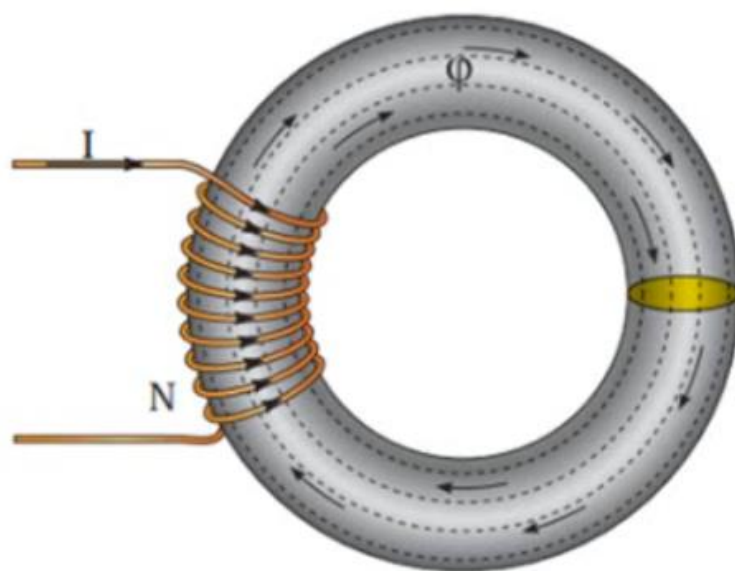


مدارهای مغناطیسی

• مدار مغناطیسی شامل حداقل یک حلقه برای عبور شار مغناطیسی است.



الکتریکی



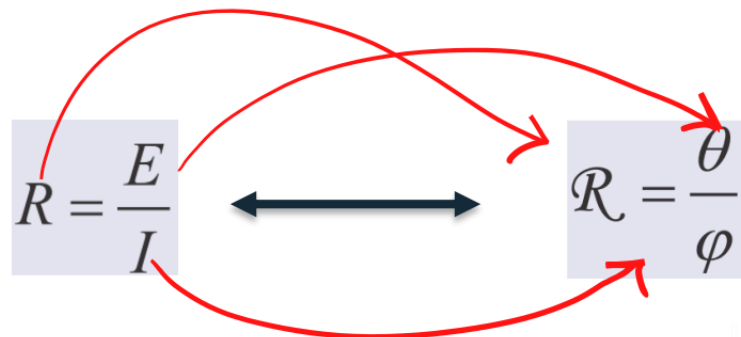
مغناطیسی

E نیرو محرکه الکتریکی
 θ نیرو محرکه مغناطیسی

θ مدار مغناطیسی \longleftrightarrow مشابه E مدار الکتریکی
 φ مدار مغناطیسی \longleftrightarrow مشابه I مدار الکتریکی
 \mathcal{R} مدار مغناطیسی \longleftrightarrow مشابه R مدار الکتریکی



مدارهای مغناطیسی



• در این رابطه:

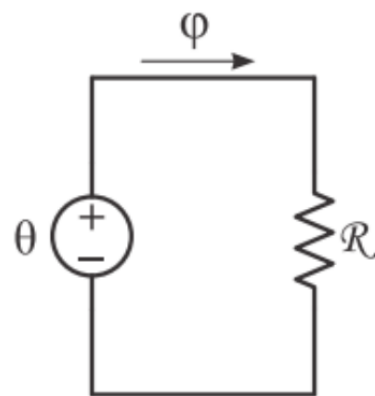
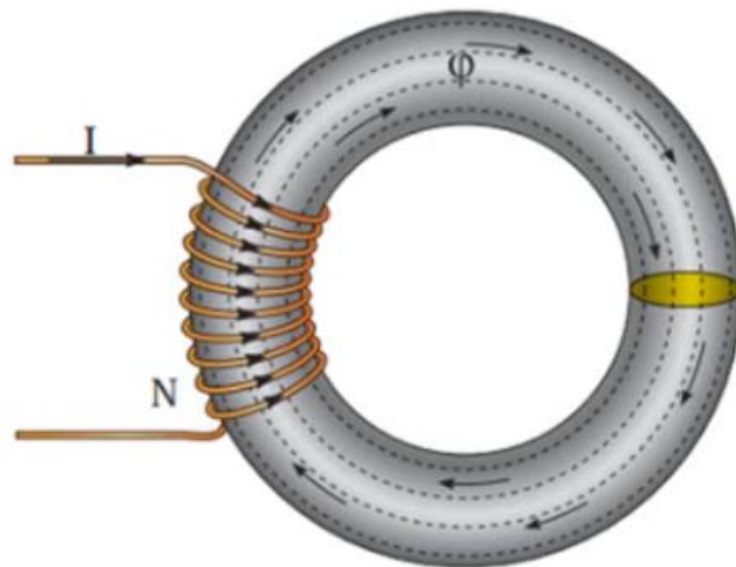
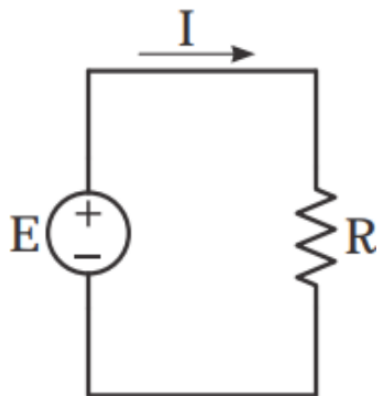
θ نیروی محرکه مغناطیسی سیم‌پیچ بر حسب [A.turn]

ϕ فوران مغناطیسی هسته بر حسب [wb]

\mathcal{R} مقاومت مغناطیسی هسته بر حسب $\left[\frac{A.turn}{wb} \right]$



مدارهای مغناطیسی





مثال



• مقاومت مغناطیسی هسته زیر را بدست آورید

$$\phi = 0.5 \text{ wb}$$

$$R = \frac{\phi}{\phi} = \frac{NI}{\phi} = \frac{200 \times 1}{0.5}$$

$$R = 400 \text{ A.turn/wb}$$

$$\frac{1}{R} \quad \frac{1}{\phi} \quad R = \rho \frac{l}{A}$$



مدارهای مغناطیسی



• محاسبه مقاومت مغناطیسی

$$B = \frac{\varphi}{A} \Rightarrow \varphi = B.A$$

$$\mu = \frac{B}{H} \Rightarrow B = \mu H$$

$$B = \mu_0 \mu_r . H$$

$$\varphi = \mu_0 \mu_r . H . A$$

$$\mathcal{R} = \frac{\theta}{\varphi} \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{NI}{\mu_0 \mu_r . H . A}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{\ell_c}{\mu_0 \mu_r A}$$

$$H = \frac{NI}{\ell_c} \Rightarrow \ell_c = \frac{NI}{H}$$



مدارهای مغناطیسی



$$R_c = \frac{\ell_c}{\mu_o \mu_r A}$$

• در این رابطه:

ℓ_c طول متوسط هسته بر حسب [m]

μ_o ضریب نفوذ مغناطیسی خلأ بر حسب $\left[\frac{wb}{A.turn.m} \right]$

μ_r ضریب نفوذ نسبی هسته بدون واحد

A سطح مقطع هسته بر حسب $[m^2]$

R مقاومت مغناطیسی هسته بر حسب $\left[\frac{A.turn}{wb} \right]$

ت و فناوری

دانشگاه جیرفت



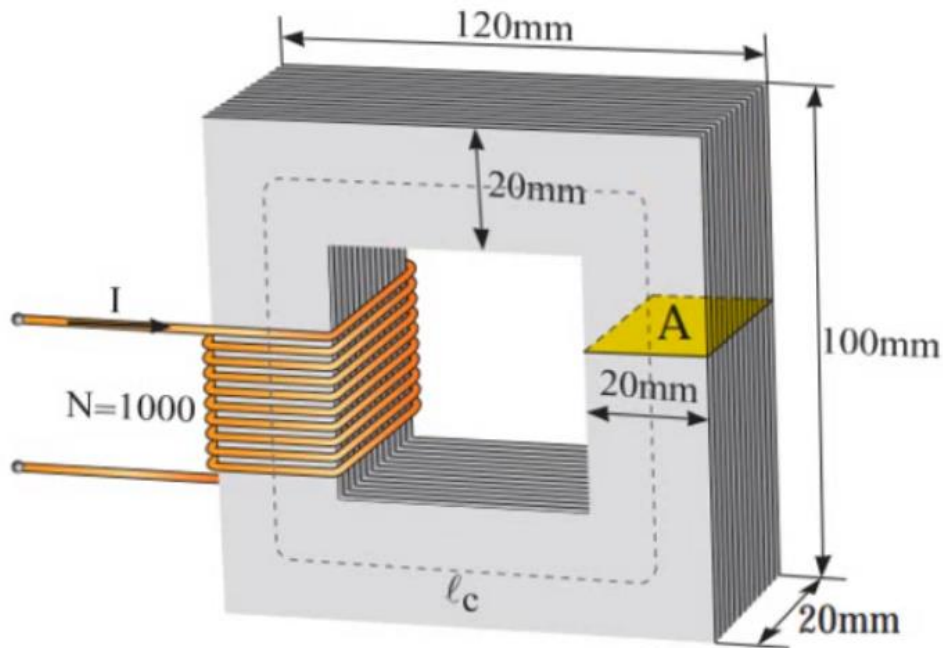
مثال



اگر شار مغناطیسی مدار زیر برابر ۴ میلی وبر باشد، جریان سیم پیچ را محاسبه کنید.

$$\mu_r = 6000$$

$$\pi = 3$$



$$\Phi = \Sigma mwb = 2 \times 10^{-3} \text{ wb}$$

$$l_c = 2 \times (100 - 2 \times 10) + 2 \times (120 - 2 \times 10)$$

$$l_c = 140 + 200 = 340 \text{ mm}$$

$$l_c = 0.34 \text{ m}$$



مدارهای مغناطیسی



$$R = \frac{l_c}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0,34}{4\pi \times 10^{-7} \times 9000 \times 0,02 \times 0,02}$$

$$R = \frac{0,34}{12 \times 10^{-7} \times 2,8} = \frac{34 \times 10^9}{15 \times 2,8} = \frac{3 \times 10^9}{2,8} = 1,28 \times 10^9$$

$$R = \frac{\theta}{\varphi} = \frac{N I}{\varphi} \Rightarrow I = \frac{R \varphi}{N} = \frac{1,28 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-3}}{10^3}$$

$$I = 2 \times 10^{-1} = 0,2 A$$



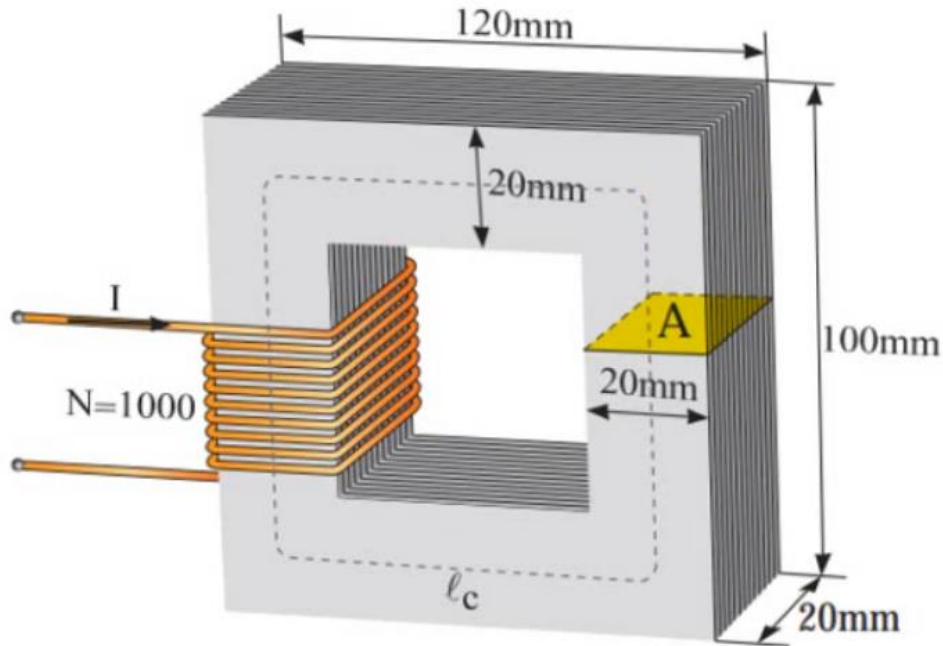
مثال



اگر شار مغناطیسی مدار زیر برابر ۴ میلی وبر باشد، جریان سیم پیچ را محاسبه کنید.

$$\mu_r = 6000$$

$$\pi = 3$$



$$\Phi = \Sigma mwb = 4 \times 10^{-3} \text{ wb}$$

$$l_c = 2 \times (100 - 2 \times 10) + 2 \times (120 - 2 \times 10)$$

$$l_c = 140 + 200 = 340 \text{ mm}$$

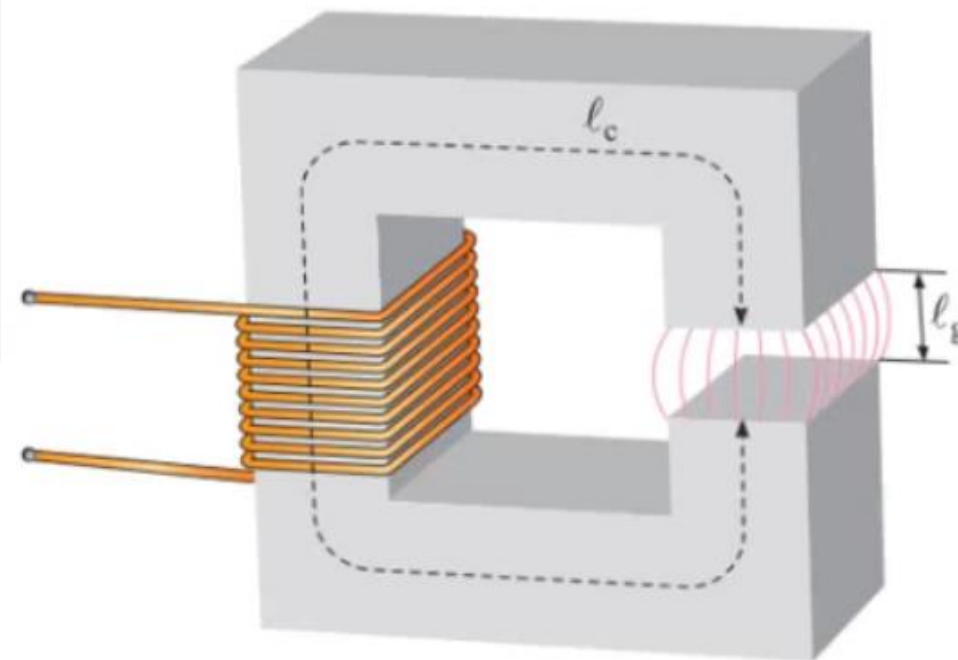
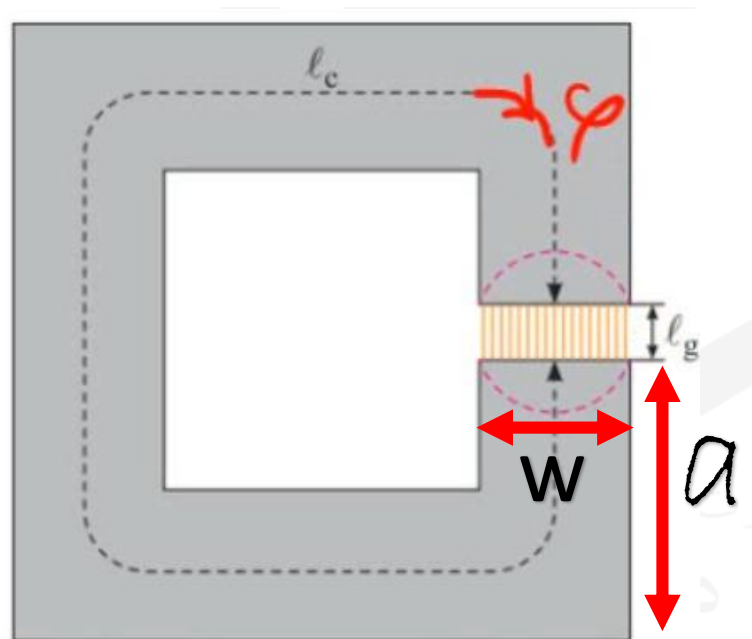
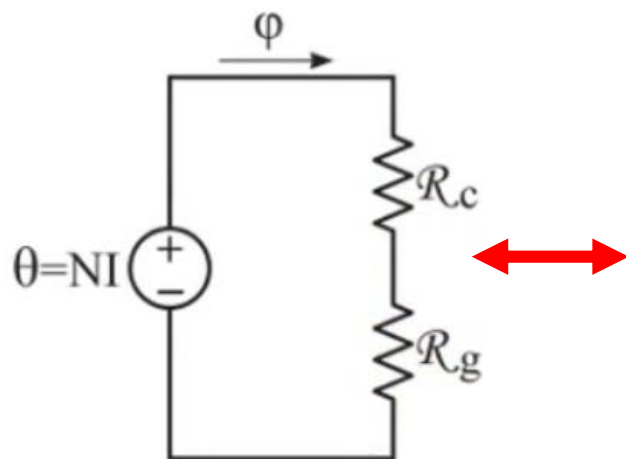
$$l_c = 0.34 \text{ m}$$

$$\theta = NI \left(\begin{array}{c} \oplus \\ \ominus \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow I = \Phi = \Sigma mwb \\ R = 1.158 \times 10^3 \end{array} \right.$$



مدارهای مغناطیسی با شکاف هوایی

بخشی از مسیر عبور شار مغناطیسی هوا یا خلا است.
فاصله هوایی در اغلب ماشین‌های دوار و ترانسفورماتورها وجود دارد.



$$\ell_g \ll w, a$$



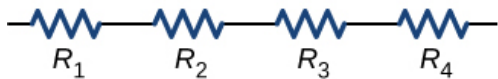
مدارهای مغناطیسی با شکاف هوایی

$$R_c = \frac{\ell_c}{\mu_o \mu_r A}$$

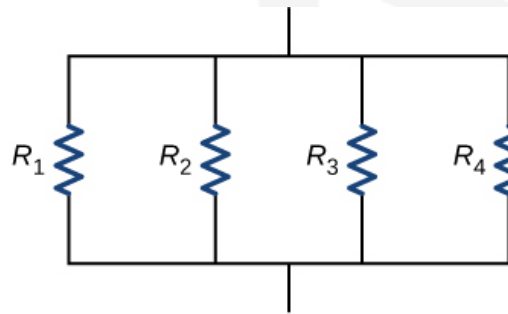
$$R_g = \frac{\ell_g}{\mu_o \mu_r A}$$

- مقاومت مغناطیسی فاصله هوایی و هسته با هم سری هستند. چرا؟
- چون شار مغناطیسی ϕ هم از هسته عبور می‌کند و هم از فاصله هوایی
- برای فاصله هوایی $\mu_r \cong 1$

- قوانین سری و موازی شدن مقاومت مغناطیسی مثل مقاومت الکتریکی است.



(a) Resistors connected in series



(b) Resistors connected in parallel



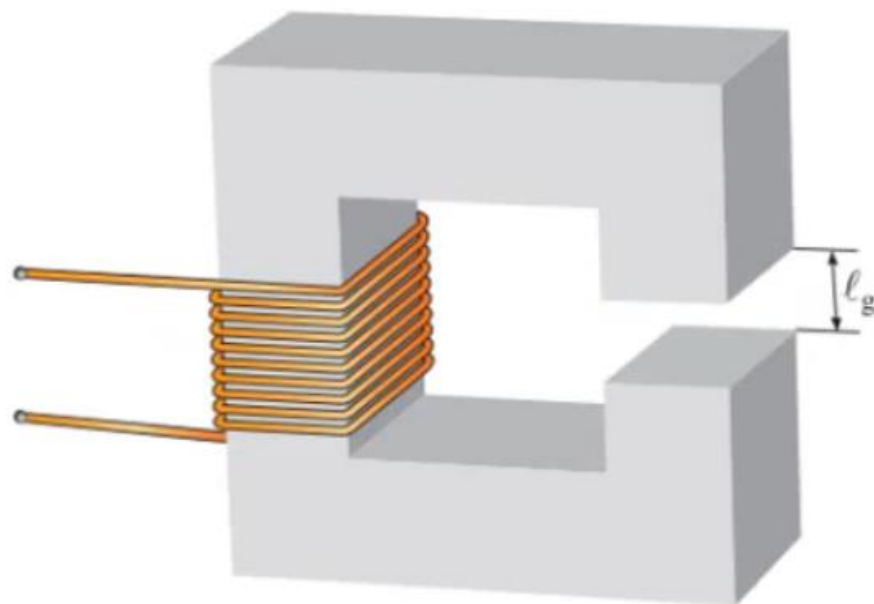
مثال



اگر در مثال قبل یک فاصله هوایی به اندازه ۰/۴۸ میلی متر ایجاد شود. با فرض

$$\mu_r = 4000$$

ثابت ماندن سایر پارامترها، مسئله را دوباره حل کنید.



$$l_c = 0.134 \text{ m} \rightarrow R_c = 1.158 \times 10^4 \frac{\text{A} \cdot \text{turn}}{\text{Wb}}$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A} = \frac{4.8 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 10^4 \frac{\text{A} \cdot \text{turn}}{\text{Wb}}$$

$$\text{Circuit diagram: } \text{Source} \rightarrow R_c \text{ and } R_g \text{ in parallel} \equiv \text{Source} \rightarrow R_g + R_c = 1.158 \times 10^4$$



ادامه حل مثال



$$\theta = (R_g + R_e) \varphi = \sqrt{I}$$

$$I = \frac{1,125 \times 10^6 \times 9 \times 10^{-3}}{10^4} = 1,125 \times 8 = 9,5 A$$

$$I = 9,5 A$$

• در حالی که مطابق مثال قبل اگر فاصله هوایی نبود ا برابر نیم بود.

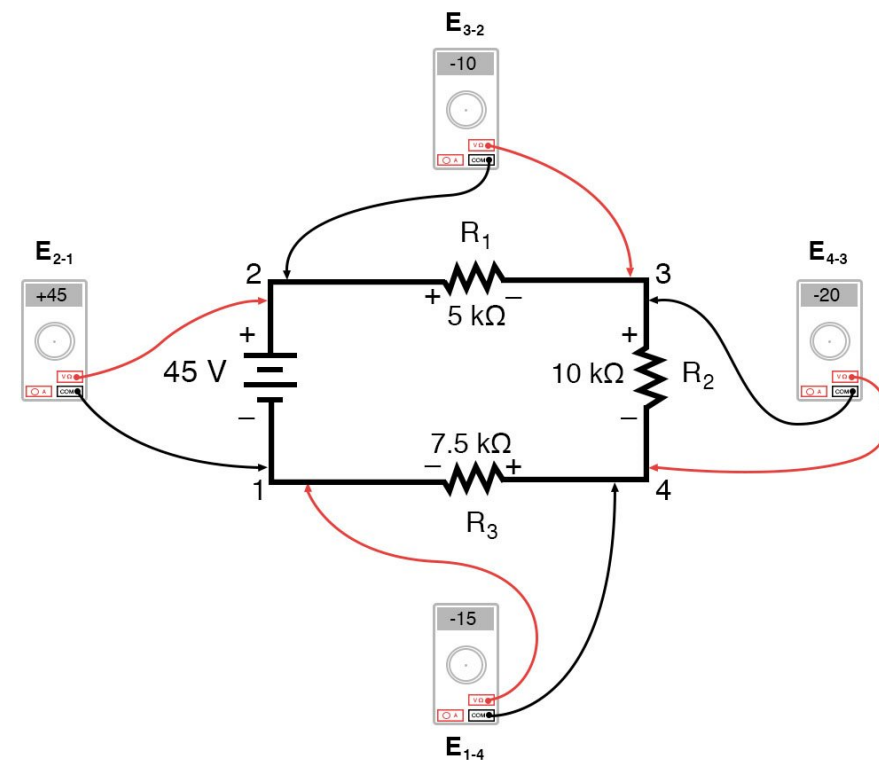


قانون نیرو و محرکه مغناطیسی مشابه KVL

• حاصل جمع جبری نیروهای محرکه هسته، برابر نیروی محرکه مغناطیسی سیم‌پیچ است.

$$\theta = \sum_{i=1}^n H_i \cdot \ell_i = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + \dots + H_n \ell_n$$

$E_{2-1} = +45 \text{ V}$	voltage from point 2 to point 1
$E_{3-2} = -10 \text{ V}$	voltage from point 3 to point 2
$E_{4-3} = -20 \text{ V}$	voltage from point 4 to point 3
$+ E_{1-4} = -15 \text{ V}$	voltage from point 1 to point 4
<hr/>	
0 V	





وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جی رف

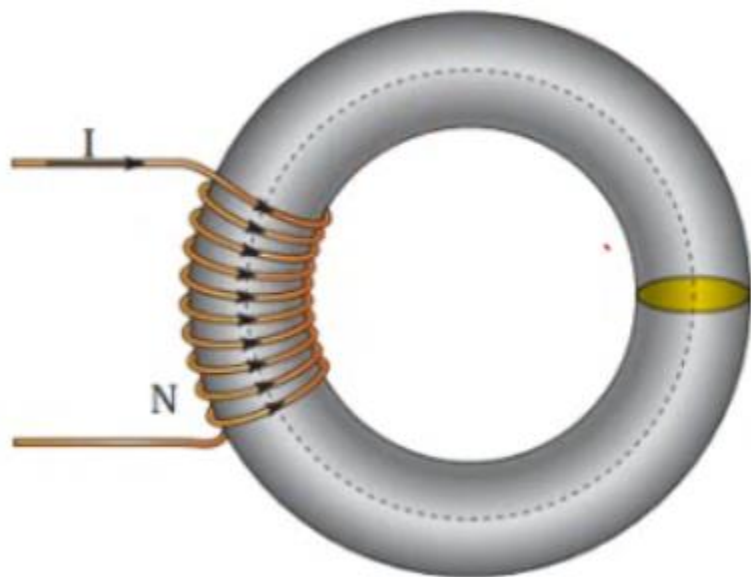


قانون نیرو و محرکه مغناطیسی مشابه KVL

- حاصل جمع جبری نیروهای محرکه هسته، برابر نیروی محرکه مغناطیسی سیم پیچ است.

$$\theta = \sum_{i=1}^n H_i \cdot \ell_i = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + \dots + H_n \ell_n$$

- در سیستم زیر n برابر ۱ است



$$\theta = H_c \cdot \ell_c$$

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه جی رف



قانون نیرو و محرکه مغناطیسی مشابه KVL

- حاصل جمع جبری نیروهای محرکه هسته، برابر نیروی محرکه مغناطیسی سیم‌پیچ است.

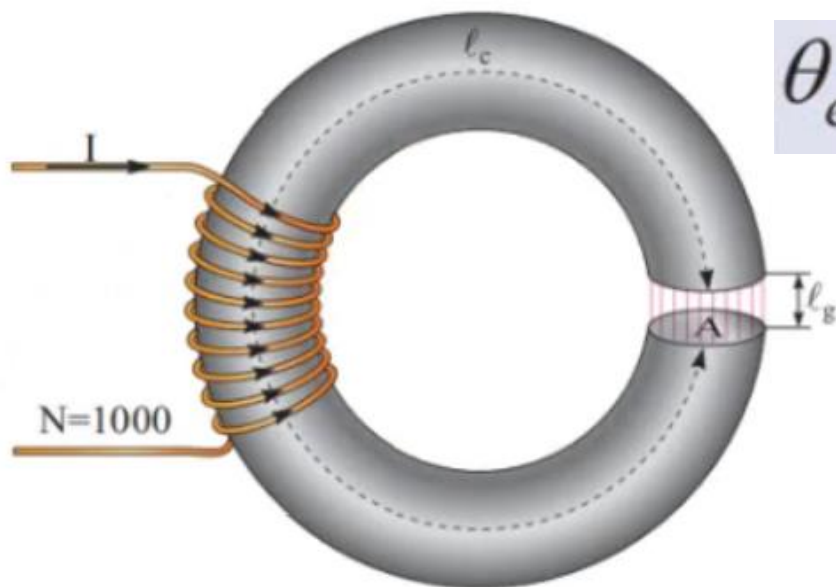
$$\theta = \sum_{i=1}^n H_i \cdot \ell_i = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + \dots + H_n \ell_n$$

- در سیستم زیر شار از دو مسیر عبور می‌کند

$$\theta_{eq} = H_g \ell_g + H_c \ell_c$$

- در اینجا $n=2$ است.

- می‌توان $H_g \ell_g$ را افت ولتاژ مغناطیسی نامید.

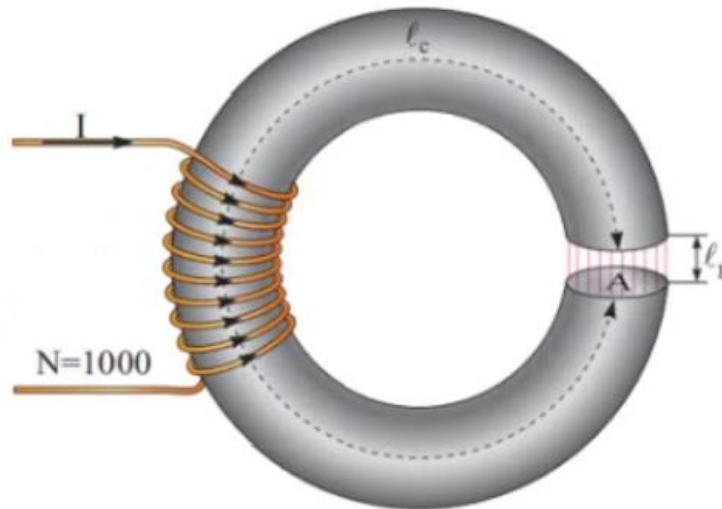
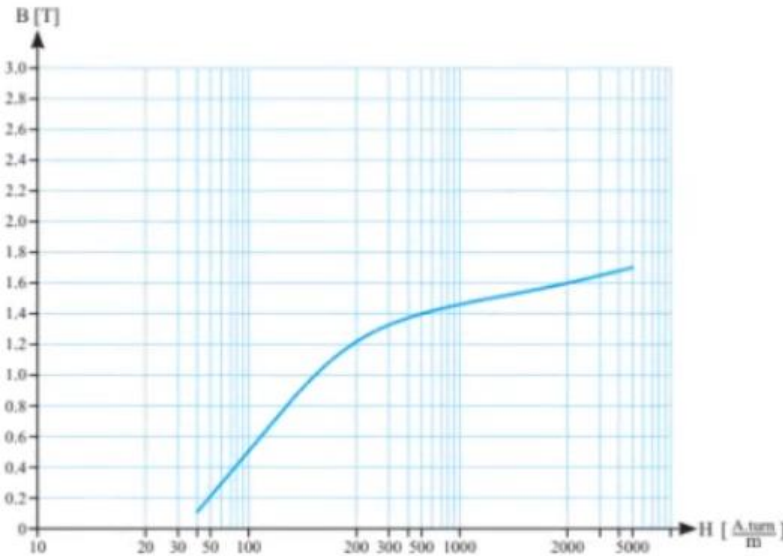




مثال



مدار مغناطیسی شکل زیر دارای هسته از جنس فولاد مورق به طول متوسط ۵۰ سانتی متر و سطح مقطع ۶۴ سانتی متر مربع و یک فاصله هوایی به طول ۱/۱ میلی متر است. اگر شار مغناطیسی هسته برابر ۱۰/۲۴ میلی وبر باشد، جریان سیم پیچ را به کمک قانون نیروی محرکه مغناطیسی بدست آورید.





حل



$$B = \frac{\varphi}{A} = \frac{10,28 \times 10^{-4}}{44 \times 10^{-6}} = \frac{102,8}{44} = 1,4 \text{ T}$$

• با استفاده از نمودار از روی B مقدار H را بدست می‌آوریم.

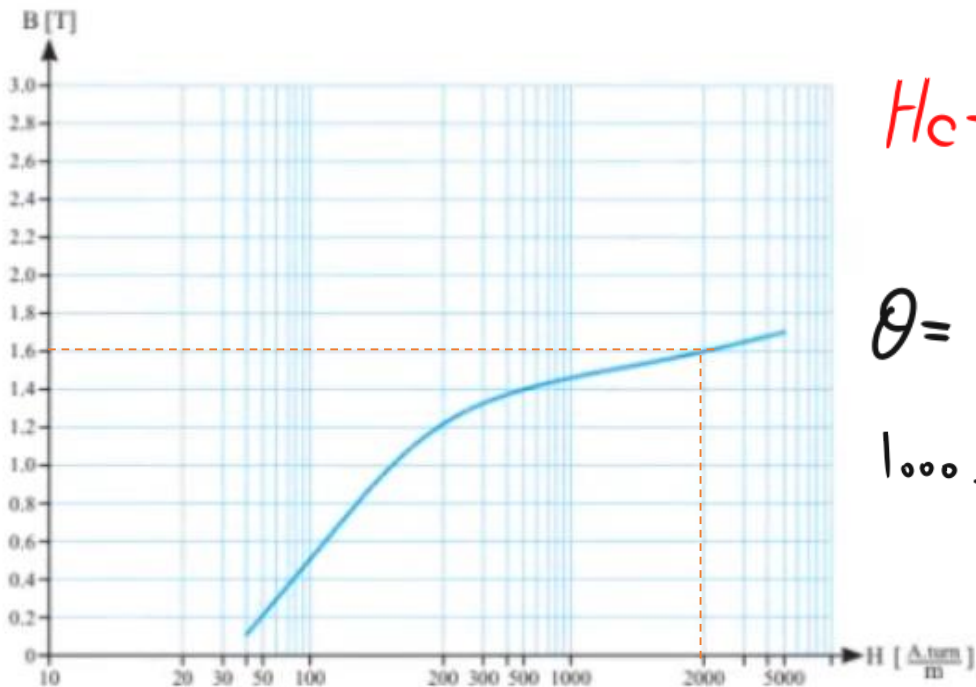
$$H_c = 2000 \text{ A turn/m}$$

• طبق قانون نیرو محرکه مغناطیسی

$$\theta = H_c l_c + H_g l_g \Rightarrow 1000 I = 2000 \times 0,1 + \frac{B_g}{\mu_0} \times l_g$$

$$1000 I = 1000 + \frac{1,4}{4\pi \times 10^{-7}} \times 1,1 \times 10^{-3} = 1000 + \frac{1,4 \times 1,1 \times 10^4}{4\pi}$$

$$1000 I = 2801,27 \Rightarrow I = 2,80127 \text{ A}$$

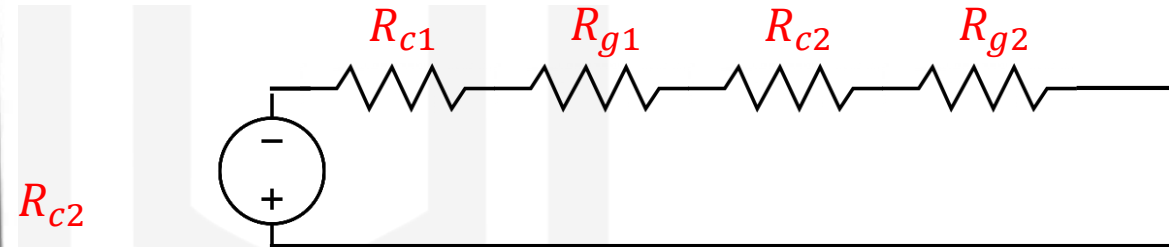
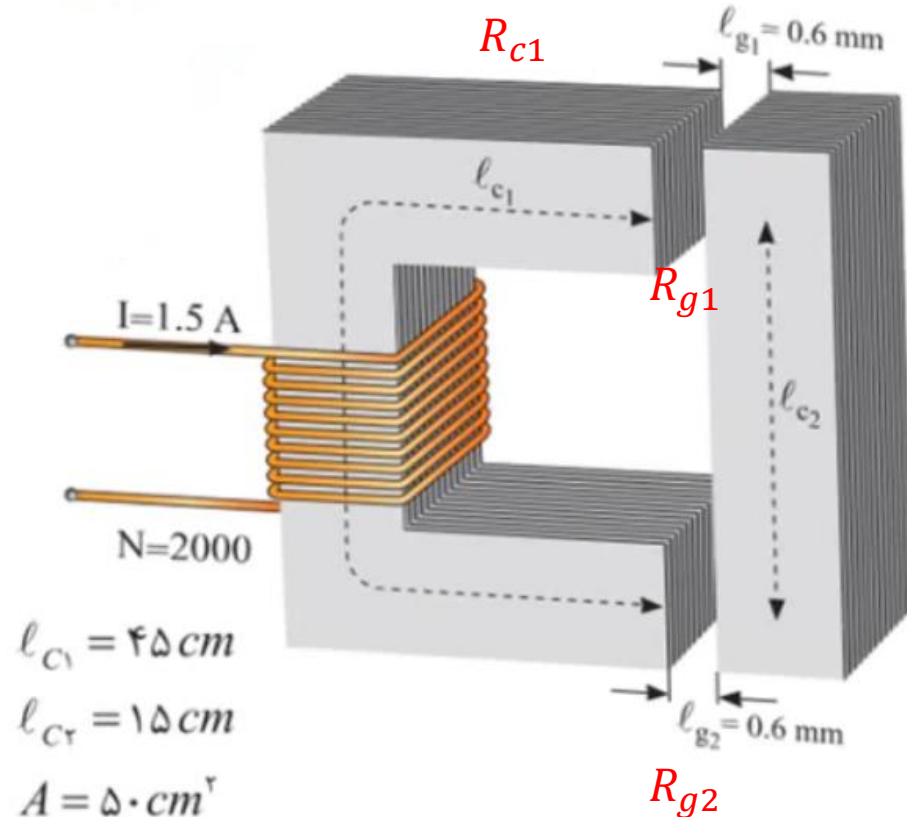




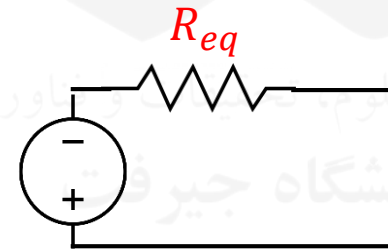
مثال



در مدار مغناطیسی زیر اگر شار مغناطیسی ۱۲ میلی وبر باشد. مقاومت مغناطیسی کل و ضریب نفوذ نسبی هسته را بیابید.



$$\theta = NI = 2000 \times 1.5 = 3000 \text{ A.turn}$$



$$\varphi = \frac{\theta}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{\theta}{\varphi}$$



ادامه حل



$$R_{eq} = \frac{3000}{12 \times 10^{-3}} = 0.12 \times 10^6 = 120 \times 10^3 \text{ A.turn/wb}$$

$$R_{c1} = \frac{l_{c1}}{\mu_0 \mu_r \times A} = \frac{40 \times 10^{-2}}{\mu \times 10 \times 10^{-3}} = \frac{40}{\mu}$$

$$R_{cr} = \frac{l_{cr}}{l_{c1}} \times R_{c1} = \frac{10}{40} \times \frac{40}{\mu} = \frac{10}{\mu}$$

$$R_{g1} = R_{g2} = \frac{6 \times 10^{-4}}{\mu_0 \times 50 \times 10^{-4}} = \frac{0.12}{\mu_0} \Rightarrow R_{eq} = \frac{120}{\mu} + \frac{0.24}{\mu_0} = \frac{120}{\mu_0 \mu_r} + \frac{0.24}{\mu_0} = 25 \times 10^4 =$$

$$\frac{120}{12 \times 10^{-7} \mu_r} + \frac{24 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-7}} = 25 \times 10^4 \Rightarrow \frac{10^8}{\mu_r} + 2 \times 10^5 = 2.5 \times 10^5 \Rightarrow \frac{10^8}{\mu_r} = 0.5 \times 10^5 = 5 \times 10^4 \Rightarrow$$

$$\mu_r = \frac{10^8}{5 \times 10^4} = 2000$$