آن برابر ۷/۷۲۱۷ می باشد. مقدار مذکور را همچنین می‌توان از رابطه (۵-۲) به صورت زیر بدست آورد:

$$\left(P/A,\%۵,۱۰\right)=\frac{\left(۱+i\right)^{n}-۱}{i\left(۱+i\right)^{n}}=\frac{\left(۱+\%۵\right)^{۱۰}-۱}{\%۵\left(۱+\%۵\right)^{۱۰}}=۷/۷۲۱۷$$

جداول مذکور در میزان زمان محاسبات صرفه جویی می کند و نقش موثری در تسریع محاسبات دارد. جدول زیر فرم های استاندارد مقادیر مجهول ومعلوم وهمچنین فرمول کلی محاسبه مقدار مجهول را نشان می‌دهد:

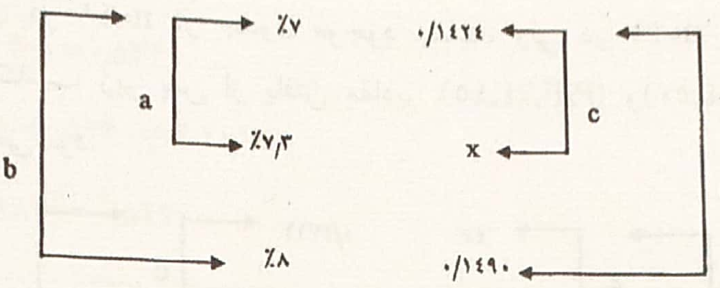
فرمول	فرم استاندارد	مقدار معلوم	مقدار مجهول
P=F(P/F, i%,n)	(P/F, i%,n)	F	P
F=P(F/P, i%,n)	(F/P, i%,n)	P	F
P=A(P/A, i%,n)	(P/A, i%,n)	A	P
A=P(A/P, i%,n)	(A/P, i%,n)	P	A
A=F(A/F, i%,n)	(A/F, i%,n)	F	A
F=A(F/A, i%,n)	(F/A, i%,n)	A	F

درون یابی خطی[21]

گاهی مقدار فاکتور برای یک نرخ مشخص i یا یک دوره مشخص n در جدول موجود نمی باشد. مثلاً فاکتور (A/P,٪۷/۳,۱۰) که نرخ i=٪۷/۳ در جدول وجود ندارد. ولی مقدارفاکتور A/P برای نرخ های ٪۷ و٪۸ در مدت ۱۰ سال را می‌توان از جدول بدست آورد. مقدار (A/P,٪۷/۳,۱۰) را نمی‌توان از جدول یافت مگر با قرار دادن مقادیر i=٪۷/۳ و n=۱۰ دررابطه A/P و یا با درون یابی خطی بین نرخ های بیشتر و کمتر از ٪۷/۳ که نرخ ها ٪۷ و٪۸ می‌باشند. نتیجه درون یابی خطی می‌تواند به مقدار واقعی نزدیک باشد، اگر دو عدد کمتر یا بیشتر از عنصر مجهول (i یا n) نزدیک به عنصر مربوطه باشند.

مراحل تعیین فاکتور (A/P,٪۷/۳,۱۰) بدین ترتیب است که ابتدا مقادیر فاکتورهای (A/P,٪۷ ,۱۰) و(A/P,٪۸ ,۱۰) را از جدول بدست آورده وتناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

21-Linear Interpolation



مقادیر a, b, c عبارت از تفاضل بین اعداد تشکیل دهندهٔ آن مقادیر است. رابطه زیر در درون یابی خطی برقرار است:

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

$$c=\frac{a}{b}d \qquad (۲-۹)$$

$$c=\frac{۷٫۳-۷}{۸-۷}(۰٫۱۴۹۰-۰٫۱۴۲۴)$$

$$c=\frac{۰٫۳}{۱}(۰/۰۰۶۶)$$

$$c=۰/۰۰۱۹۸$$

از آنجا که مقدار فاکتور A/P از ٪۷ به ٪۸ در حال افزایش است (از ۰٫۱۴۲۴ به ۰٫۱۴۹) مقدار c باید به مقدار فاکتور در ٪۷، یعنی ۰/۱۴۲۴ اضافه شود تا مقدار مجهول X به دست آید:

$$X=۰٫۱۴۲۴+۰٫۰۰۱۹۸=۰٫۱۴۴۳۸$$

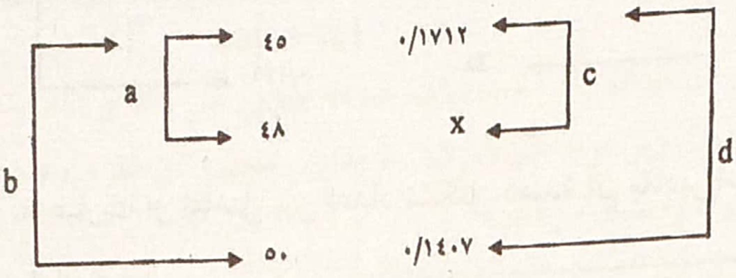
بنابراین:

$$\left(A/P,٪۷/۳,۱۰\right)=۰/۱۴۴۳۸$$

همانطور که اشاره گردید، همواره امکان محاسبه این گونه فاکتورها از طریق روابط ارائه شده بین عناصر و با قراردادن i و n در روابط مذکور مسیر می‌باشد.

مثال ۱۰- مقدار (P/F,٪۴,۴۸) را از جدول بدست آورید.

حل: فاکتور فوق در n=۴۸ در جدول موجود نیست، ولی در n=۴۵ و n=۵۰ مقدار P/F مشخص است. تناسب زیر پس از یافتن مقادیر (P/F,٪۴,۴۵) و (P/F,٪۴,۵۰) از جدول فاکتورها تشکیل می‌شود:



با استفاده ازرابطه (۹-۲):

$$c=\frac{a}{b}.d$$

$$c=\frac{۴۸-۴۵}{۵۰-۴۵}(۰,۱۷۱۲-۰,۱۴۰۷)$$

$$c=۰,۰۱۸۳$$

از آن جا که فاکتور P/F از ۴۵ به ۵۰ در حال کاهش است (از۰/۱۷۱۲ به ۰/۱۴۰۷) مقدار c باید از مقدار فاکتور در ۴۵ ، یعنی ۰/۱۷۱۲ کاسته شود:

$$X=۰/۱۷۱۲-۰/۰۱۸۳=۰/۱۵۲۹$$

بنابراین :

$$\left(P/F,٪۴,۴۸\right)=۰/۱۵۲۹$$

مثال ۱۱- مقدار فاکتور (P/A,٪۱۳, ۴۲) را از جدول محاسبه کنید.

حل: از آن جا که مقادیر i=٪۱۳ و n=۴۲ در جدول وجود ندارند، یک درون یابی خطی دو مرحله‌ای باید انجام شود. اولین مرحله محاسبه فاکتور مذکور، تشکیل تناسب زیر و محاسبه مقدار P/A در i=٪۱۳ برای n=۴۰ و n=۴۵ است:

i	n=۴۰	n=۴۵
٪۱۲	۸/۲۴۳۸	۸/۲۸۲۵
٪۱۳	X۴۰	X۴۵
٪۱۵	۶/۶۴۱۸	۶/۶۵۴۳

تعیین مقادیر X۴۰ و X۴۵ در ذیل آمده است:

$$C۴۰ = \frac{۱}{۳}(۱{,}۶۰۲۰) = ۰{,}۵۳۴۰$$

$$X۴۰ = ۸{,}۲۴۳۸ - ۰{,}۵۳۴۰ = ۷{,}۷۰۹۸$$

$$C۴۵ = \frac{۱}{۳}(۱{,}۶۲۸۲) = ۰{,}۵۴۲۷$$

$$X۴۵ = ۸{,}۲۸۲۵ - ۰{,}۵۴۲۷ = ۷{,}۷۳۹۸$$

حال مقدار فاکتور P/A در n=۴۲ طبق تناسب زیر محاسبه می شود:

P/A	n
۷/۷۰۹۸	٤۰
X٤۲	٤۲
۷/۷۳۹۸	٤۵

$$X۴۲ = ۷{,}۷۰۹۸ + \frac{۲}{۵}(۰{,}۰۳۰) = ۷{,}۷۲۱۸$$

وبدین ترتیب بعد از یک درون‌یابی دو مرحله‌ای، به مقدار (P/A،٪۱۳،٤۲)، برابر با ۷/۷۲۱۸ بدست می‌آید. بعد از تشریح جدول فاکتورها و درون‌یابی خطی، مثال‌های مختلف که نحوه استفاده از فاکتورها را نشان می‌دهد، ارائه می شود.

مثال‌های مرتبط با کاربرد فاکتورها

اولین مرحله برای ارزیابی اقتصادی یک پروژه، رسم فرآیند مالی یا جریان نقدی پروژه است. بررسی شکل فرآیند مالی، راهنمای انتخاب روابط و فاکتور مناسب خواهد بود. در زیر چند مثال برای محاسبه ارزش فعلی، ارزش آینده، یکنواخت سالیانه (هزینه‌ها یا درآمدها)، نرخ بازگشت سرمایه و دوره زمانی، با فرآیندهای مالی مختلف ارائه می‌شود.

مثال ۱۲- شخصی مبلغ ۲۰۰ واحد پولی را در بانکی با نرخ ٦ درصد در سال پس‌انداز می‌کند. اصل وفرع پس از ۳ سال چقدر است؟ اصل و فرع پس از ۱۰ سال چقدر می‌باشد ؟

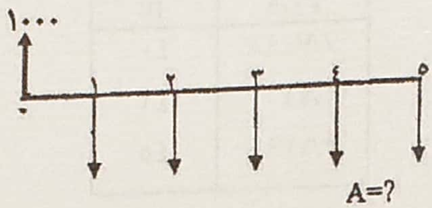
حل: با استفاده از رابطه F/P مقدار اصل وفرع یا ارزش آینده تعیین می‌شود:

$$F_{۳} = ۲۰۰\left(F/P,٪۶,۳\right) = ۲۰۰\left(۱٫۱۹۱\right) = ۲۳۸٫۲$$

$$F_{۱۰} = ۲۰۰\left(F/P,٪۶,۱۰\right) = ۲۰۰\left(۱٫۷۹۱\right) = ۳۵۸٫۲$$

مثال ۱۳- شخصی یک وام به مبلغ ۱۰۰۰ واحد پولی را از بانکی با نرخ ۲۰ درصد در سال دریافت نموده و مدت باز پرداخت ۵ سال است .مبلغ هر قسط را تعیین نمائید.

حل: شکل فرآینده مالی به صورت زیراست:



با استفاده از رابطه A/P مقدار A که مبلغ هر قسط می‌باشد، تعیین خواهد شد:

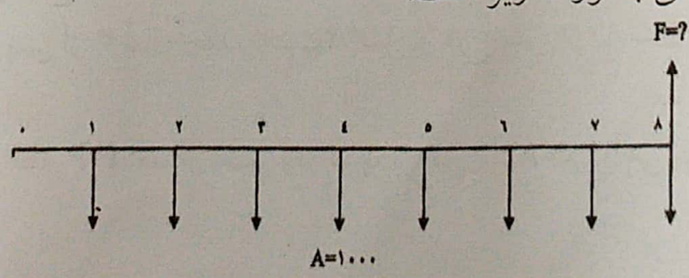
$$A = ۱۰۰۰\left(A/P,٪۲۰,۵\right) = ۱۰۰۰\left(۰٫۳۳۴۴\right) = ۳۳۴٫۴$$

نحوه محاسبه مقدار بهره پرداخت شده عبارت از :

پرداخت از اصل وام	۱۰۰۰ ÷ ۵ =۲۰۰
مقدار بهره در هر قسط	۳۳۴/۴ -۲۰۰ =۱۳۴/۴
کل مقدار بهره در طول ۵ سال	۱۳۴/۴ × ۵ =۶۷۲

مثال ۱۴- اگر شما از سال آینده هر سال ۱۰۰۰ واحد پولی، برای مدت ۸ سال در حساب بانکی خود پس‌انداز نمائید، در پایان سال هشتم چه مقدار پول در حساب بانکی شما خواهد بود؟ نرخ پس‌انداز در بانک ٪۲۰ در سال فرض می‌شود.

حل- شکل فرآیند مالی بصورت زیر است:

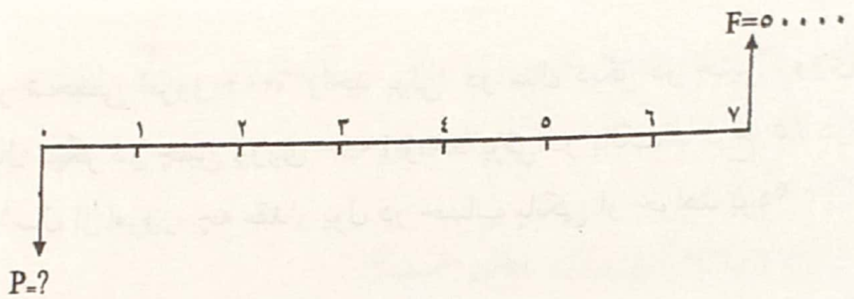


از آن جا که اولین پرداخت در پایان سال اول و آخرین پرداخت در پایان سال هشتم قرار دارد، از فاکتور F/A ، بصورت زیر استفاده می‌شود:

$$F=۱۰۰۰\left(F/A,\%۲۰,۸\right)=۱۰۰۰\left(۱۶٫۴۹۹\right)=۱۶۴۹۹$$

مثال ۱۵- چه مقدار پول در پروژه‌ای سرمایه‌گذاری می‌نمائید که پس از ۷ سال مبلغ ۵۰۰۰۰ واحد پولی به عنوان اصل وفرع به شما بپردازد؟ حداقل نرخ مورد انتظار شما ۲۰٪ می‌باشد.

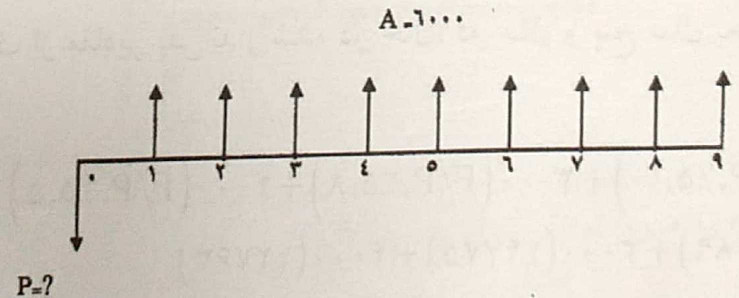
حل- شکل فرآیندمالی بصورت زیر است:



$$P=۵۰۰۰۰\left(P/F,\%۲۰,۷\right)=۵۰۰۰۰\left(۰٫۲۷۹۱\right)=۱۳۹۵۵$$

مثال ۱۶- اکنون چه مبلغی در بانکی پس‌انداز می نمائید،اگر بانک متعهد شود که از سال آینده در چنین روزی تا مدت ۹ سال، هر سال مبلغ ۶۰۰۰ واحد پولی به شما پرداخت نماید و نرخ بانک نیز ۷٪ در سال فرض شود؟

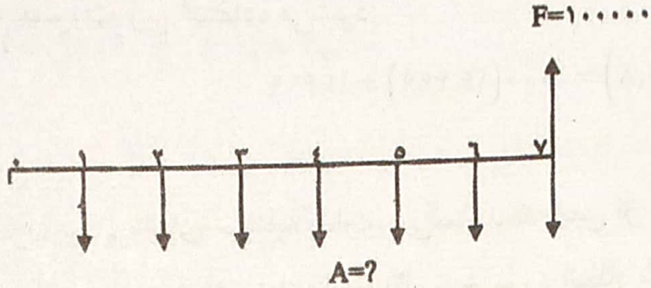
حل: شکل فرآیند مالی بصورت زیر است:



$$P=۶۰۰۰\left(P/A,\%۷,۹\right)=۶۰۰۰\left(۶٫۵۱۵۲\right)=۳۹۰۹۱٫۲$$

مثال ۱۷- چه مقدار پول باید از یکسال بعد و برای ۷ سال با نرخ ۵٪ در سال در بانکی پس‌انداز کنید تا پس از۷ سال ، مبلغ ۱۰۰۰۰۰ واحد پولی در حساب شما باشد؟

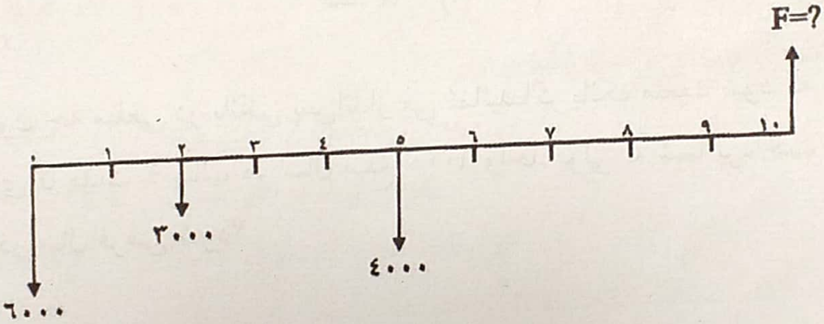
حل: شکل فرآیند مالی به صورت زیر است :



$$A=۱۰۰۰۰۰(A/F,٪۵,۷)=۱۰۰۰۰۰(۰/۱۲۲۸۲)=۱۲۲۸۲$$

مثال ۱۸- اگر شخصی امروز ۶۰۰۰ واحد پولی، دو سال دیگر در چنین روزی ۳۰۰۰ واحد پولی وپنج سال دیگر در چنین روزی ۴۰۰۰ واحد پولی در بانک، با نرخ ۵٪ درسال پس‌انداز کند، پس از ۱۰سال از امروز، چه مقدار پول در حساب بانکی او خواهد بود؟

حل- شکل فرآیند مالی بصورت زیر است:



ارزش فعلی هر یک از مقادیر پس‌انداز شده در حال، دو سال و پنج سال بعد بصورت P، به F تبدیل می شود:

$$F=۶۰۰۰(F/P,٪۵,۱۰)+۳۰۰۰(F/P,٪۵,۸)+۴۰۰۰(F/P,٪۵,۵)$$

$$F=۶۰۰۰(۱/۶۲۸۹)+۳۰۰۰(۱/۴۷۷۵)+۴۰۰۰(۱/۲۷۶۳)$$

$$F=۱۹۳۱۱/۱$$

مسئله فوق از روش دیگری قابل حل است. ابتدا ارزش فعلی مقادیر پس‌انداز شده را در سال مبداء(سال صفر) محاسبه و سپس برای تعیین ارزش آینده، کل ارزش فعلی به سال دهم انتقال می یابد:

$$P = 6000 + 3000\left(P/F, \%5, 2\right) + 4000\left(P/F, \%5, 5\right)$$
$$P = 6000 + 3000\left(0.9070\right) + 4000\left(0.7835\right)$$
$$P = 11855$$
$$F = 11855\left(F/P, \%5, 10\right) = 11855\left(1.6289\right)$$
$$F = 19310.6$$

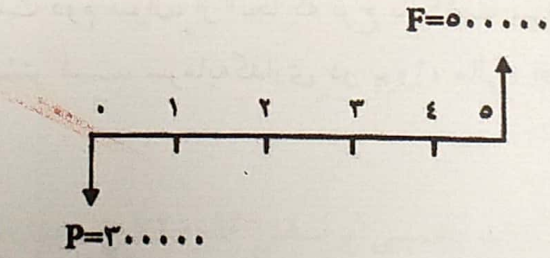
تفاوت جزئی در جواب ها، به دلیل استفاده از فاکتورهای متفاوت و تقریب جزئی در فاکتورهاست. منظور از تقریب در فاکتورها، رقم‌های اعشاری است که اغلب تا سه رقم اعشار وجود دارد.

مثال ۱۹- شخصی قصد دارد در یک پروژه مالی سرمایه‌گذاری نماید. نحوه سرمایه‌گذاری بدین ترتیب است که او امروز ۳۰۰۰۰۰ واحد پولی می‌پردازد و بعد از ۵ سال مبلغ ۵۰۰۰۰۰ واحد پولی دریافت می‌کند.

الف- نرخ بازگشت سرمایه این پروژه چقدر است؟

ب - بانکی حاضر است نرخ ۱۰٪ در سال را به عنوان نرخ بهره به این شخص بپردازد، به شرطی که سرمایه‌گذاری به همان صورت در بانک انجام شود. آیا توصیه می‌کنید او در بانک سرمایه‌گذاری نماید ؟

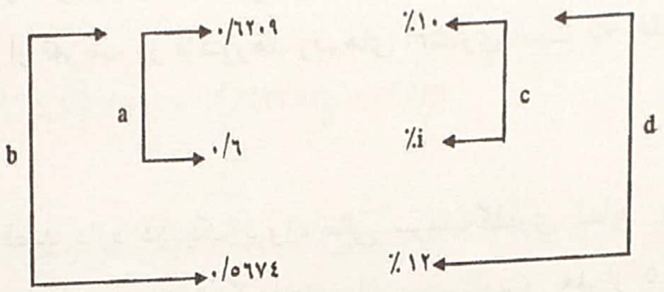
حل: شکل فرآیند مالی به صورت زیر است:



نرخ بازگشت سرمایه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = F\left(P/F, i\%, n\right)$$
$$300000 = 500000\left(P/F, i\%, 5\right)$$
$$\left(P/F, i\%, 5\right) = \frac{300000}{500000} = 0.6$$

انجام درون‌یابی خطی و استفاده از رابطه (۹-۲) ضروری است، زیرا باید با استفاده از جدول فاکتورها مقدار (i) تعیین شود. بنابراین باید در ستون P/F در سال پنجم، در جستجوی نرخی بود که مقدار P/F آن ۰/۶ است. عدد ۰/۶ را نمی‌توان در ستون P/F مشاهده کرد، ولی اعداد بیشتر و کمتر از ۰/۶ در صفحه نرخ های ۱۰٪ ،۱۲٪ وجود دارند. سپس باید تناسب زیر تشکیل گردد:



$$c = \left(\frac{۰٫۶۲۰۹-۰٫۶}{۰٫۶۲۰۹-۰٫۵۶۷۴}\right)(۱۲-۱۰) = ۰/۷۸۱۳$$

$$i = ۱۰ + ۰٫۷۸ = \%۱۰٫۷۸$$

معمولاً عبارت فوق به صورت زیر نمایش داده می‌شود که ROR ، نرخ بازگشت سرمایه می‌باشد:

ROR=٪۱۰/۷۸

برای پاسخ به قسمت دوم سوال، از آنجا که نرخ بازگشت سرمایه ۱۰/۷۸٪ از ۱۰ درصد، نرخ پیشنهادی بانک بیشتر است، سرمایه‌گذاری در پروژه مالی، اقتصادی‌تر از سرمایه‌گذاری در بانک است.

روش دیگر محاسبه نرخ بازگشت سرمایه

درصورتی که در یک فرآیند مالی مقادیر ارزش فعلی (P) ،ارزش آینده (F) ودوره (n) مشخص باشند، مقدار نرخ بازگشت سرمایه می‌تواند از رابطه زیر نیز محاسبه شود:

$$F = P(۱+i)^n$$

$$i = \left[\frac{F}{P}\right]^{\frac{۱}{n}} - ۱ = \sqrt[n]{F/P} - ۱ \qquad (۲-۱۰)$$

مثال ۲۰- مقدار بازگشت سرمایه در مثال (۱۹) را با استفاده از رابطه (۱۰-۲) محاسبه نمائید.

حل:

$$i = \left[\frac{۵۰۰۰۰۰۰}{۳۰۰۰۰۰۰}\right]^{\frac{۱}{۵}} - ۱ \qquad i = ۰/۱۰۷۸ \quad \text{یا} \quad ROR = \%۱۰/۷۸$$

محاسبه نرخ سالیانه براساس قانون ۷۲

بر اساس قانون ۷۲، نرخ سالیانه تخمینی که باعث دو برابر شدن ارزش یک مبلغ معین در مدت n دوره می‌گردد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$i = \frac{۷۲}{n} \qquad (۲-۱۱)$$

مثال ۲۱- نرخ سالیانه ای که مبلغ ۱۰۰۰ واحد پولی در مدت ۶ سال را به مبلغ ۲۰۰۰ واحد پولی تبدیل می کند، محاسبه نمائید.

حل: بر اساس قانون ۷۲ نرخ سالیانه تخمینی عبارت از :

$$i = \frac{۷۲}{۶} = ۱۲$$

$$i = \%۱۲$$

اگر جهت حل مثال فوق از رابطه (۱۰-۲) استفاده شود:

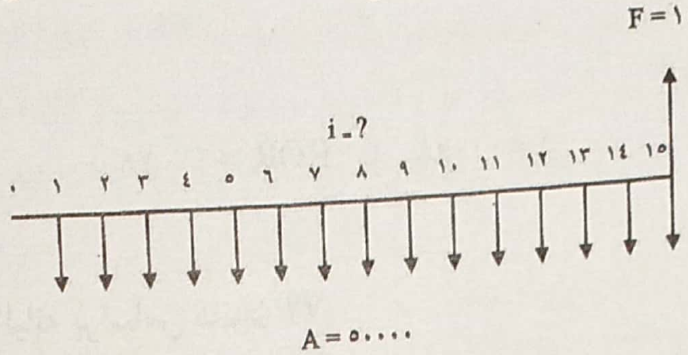
$$i = \sqrt[۶]{\left(\frac{۲۰۰۰}{۱۰۰۰}\right)} - ۱$$

$$i = \%۱۲/۲۴۶$$

ملاحظه می‌شود که نرخ سالیانه تخمینی براساس قانون۷۲، تفاوت اندکی با نرخ سالیانه با منظور نمودن ارزش زمانی پول، رابطه (۱۰-۲)، دارد.

مثال ۲۲- یک شرکت، پیشنهادی را به شرح زیر دریافت نموده است. ازیک سال بعد همه ساله تا ۱۵ سال مبلغ ۵۰۰۰۰ واحد پولی را در پروژه‌ای سرمایه‌گذاری نماید ودر پایان سال پانزدهم مبلغ یک میلیون واحد پولی را دریافت کنید. اگر حداقل نرخ مورد انتظار این شرکت ۱۰ درصد در سال باشد، آیا شرکت را تشویق به سرمایه‌گذاری در این پروژه می‌نمائید؟

حل: با توجه به شکل فرآیند مالی زیر، ابتدا نرخ برگشت سرمایه محاسبه می‌شود:



$$A=F(A/F,i\%,n)$$

$$۵۰۰۰۰=۱۰۰۰۰۰۰(A/F,i\%,۱۵)$$

$$(A/F,i\%,۱۵)=\%۵$$

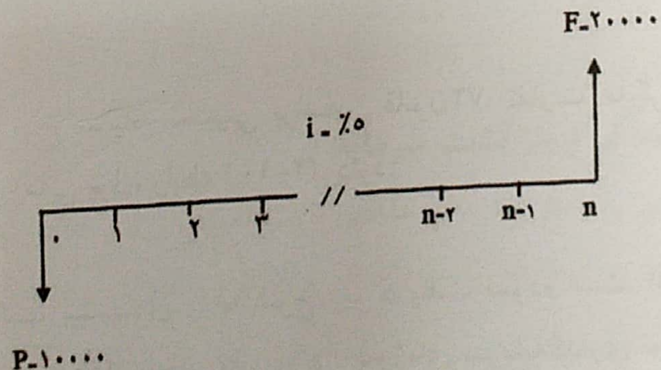
بااستفاده از جدول و نیز روش درون‌یابی، نرخ بازگشت سرمایه عبارت است از:

ROR= ٪۳/۹۸

ازآن جا که حداقل نرخ مورد انتظار شرکت ۱۰٪ در سال و بیش از نرخ بازگشت سرمایه است، بنابراین این پیشنهاد اقتصادی نمی‌باشد. باید توجه داشت که در مسئله فوق نمی‌توان از رابطه (۱۰-۲) استفاده کرد.

مثال ۲۳- چه مدت طول می‌کشد تا ۱۰۰۰۰ واحد پولی به ۲۰۰۰۰ واحد پولی تبدیل شود، اگر نرخ بانک ۵٪ در سال فرض شود.

حل: شکل فرآیند مالی بصورت زیراست:



$$P=F(P/F,i\%,n)$$

$$۱۰۰۰۰=۲۰۰۰۰(P/F,\%۵,n)$$

$$(P/F,\%۵,n)=۰/۵$$

در جدول فاکتورها، در صفحه نرخ ٪۵ و در ستون P/F مشاهده می‌شود که مقدار ۰/۵، بین سال های ۱۴و۱۵ قرار دارد. با استفاده از روش درون‌یابی:

n	(P/F,٪۵,n)
۱۴	۰/۵۰۵۱
x	۰/۵
۱۵	۰/۴۸۱۰

c = ۰/۲۱۱۶

n = ۱۴/۲

مقدار۱۴/۲ سال برابر با ۱۴ سال ودو دهم سال است. دو دهم سال نیز برابر ۲/۴ ماه است. چهاردهم ماه نیز برابر ۱۲ روز می‌باشد. بنابراین پاسخ نهائی برابر ۱۴ سال و۲ماه و ۱۲ روز است.

روش دیگر محاسبه تعداد دوره یا عمر مفید پروژه

در صورتی که در یک فرآیند مالی مقادیر ارزش فعلی (P)، ارزش آینده (F) و نرخ سالیانه(i) مشخص باشند، دوره زمانی یا عمر مفید می‌تواند از رابطه زیر نیز محاسبه شود:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{F}{P}\right)}{\ln(1+i)} \qquad (۲-۱۲)$$

ln = لگاریتم طبیعی[۲۲]

مثال ۲۴- مثال (۲۳) را با استفاده از رابطه (۱۲-۲)حل نمائید.

حل:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{۲۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰}\right)}{\ln(۱+٪۵)} = ۱۴/۲$$

مثال ۲۵- یک سرمایه‌گذار، مبلغ ۲۰۰۰۰ واحد پولی اکنون،۵۰۰۰ واحد پولی سه سال دیگر از حال، ۱۰۰۰۰ واحد پولی پنج سال دیگر از حال را در یک پروژه سرمایه‌گذاری می کند. چند

22- Natural Logarithm

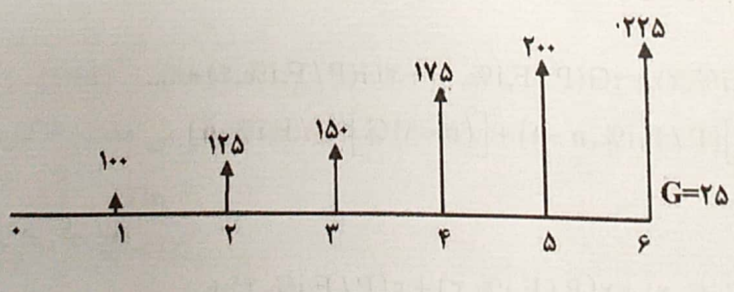
۳

حالت‌های مخصوص فرآیند مالی و میانگین هندسی

هدف از این فصل شناخت حالت‌های مخصوص فرآیند مالی است. دراین فصل دو حالت مهم فرآیند مالی شامل شیب یکنواخت و شیب هندسی معرفی می شوند. همچنین میانگین هندسی و کاربرد آن معرفی و تشریح می‌گردد.

شیب یکنواخت[1]

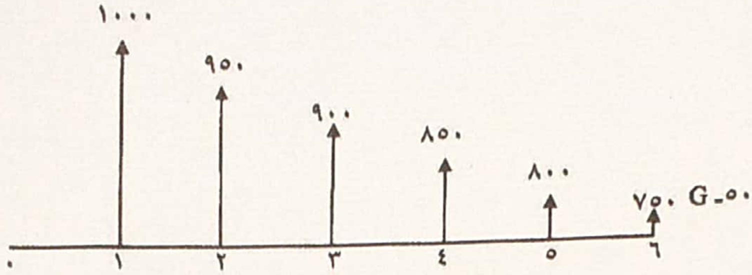
چنانچه در یک فرآیند مالی، درآمدها یا هزینه‌ها در هر دوره بطور یکنواخت کاهش یا افزایش یابند، حالت شیب یکنواخت بوجود می‌آید و به عبارت دیگر در این فرآیندهای مالی درآمدها یا هزینه‌ها در هر سال نسبت به سال قبل به میزان ثابتی افزایش یا کاهش می‌یابند. شکل زیر حالت شیب افزایشی را نشان می‌دهد:



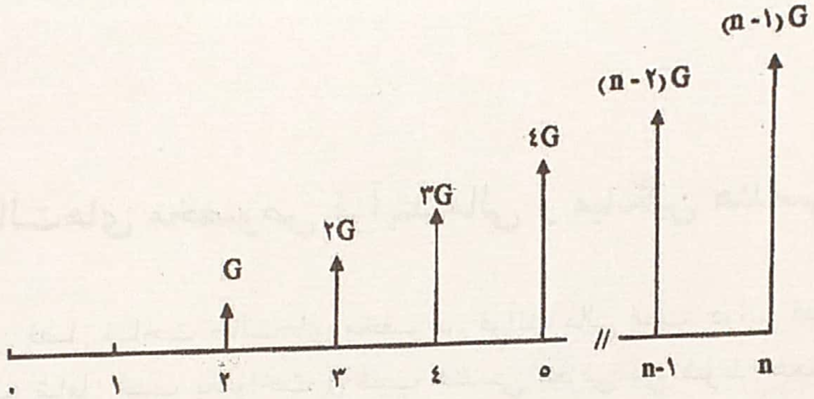
در شکل فوق مقدار ثابتی که هر سال نسبت به سال قبل افزایش دارد، برابر ۲۵ واحد پولی

1-Uniform Gradient

می‌باشد. این مقدار ثابت را با G[2] نشان می‌دهند. حالت شیب کاهشی نیز در شکل زیر مشاهده می‌شود و مقدار ثابتی که هر سال نسبت به سال قبل کاهش می یابد، برابر G=۵۰ می‌باشد.



شکل استاندارد یک فرآیند مالی با شیب یکنواخت بصورت زیر می‌باشد:



در شکل استاندارد فوق G از سال دوم آغاز می‌گردد. فاکتورهای P/G و A/G را می‌توان از شکل فوق تعیین کرد.

رابطه بین G و P

رابطه بین G و P را می‌توان با استفاده از فاکتور P/F بدست آورد. مقدار ارزش فعلی درآمدها در سال صفر در شکل استاندارد (شکل فوق) از رابطه زیر حاصل می شود:

$$P = G(P/F,i\%,۲) + ۲G(P/F,i\%,۳) + ۳G(P/F,i\%,۴) + \dots$$
$$+\left[(n-۲)G\right](P/F,i\%,n-۱) + \left[(n-۱)G\right](P/F,i\%,n)$$

از مقدار G فاکتور می گیریم:

$$P = G\left[(P/F,i\%,۲) + ۲(P/F,i\%,۳) + ۳(P/F,i\%,۴) + \dots\right.$$
$$\left.+(n-۲)(P/F,i\%,n-۱) + (n-۱)(P/F,i\%,n)\right]$$

2- Gradient

بجای مقادیر P/F در سال های مختلف از رابطه (۲-۲) استفاده می‌شود:

$$P=G\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۲}}+\frac{۲}{(۱+i)^{۳}}+\frac{۳}{(۱+i)^{۴}}+\ldots+\frac{n-۲}{(۱+i)^{n-۱}}+\frac{n-۱}{(۱+i)^{n}}\right] \quad (۳-۱)$$

دو طرف رابطه فوق در (1+i) ضرب می شود:

$$P(۱+i)=G\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۱}}+\frac{۲}{(۱+i)^{۲}}+\frac{۳}{(۱+i)^{۳}}+\ldots+\frac{n-۲}{(۱+i)^{n-۲}}+\frac{n-۱}{(۱+i)^{n-۱}}\right] \quad (۳-۲)$$

با کسر کردن رابطه (۱-۳) از (۲-۳) رابطهٔ زیر بدست می آید:

$$P(۱+i)=G\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۱}}+\frac{(۲-۱)}{(۱+i)^{۲}}+\frac{(۳-۲)}{(۱+i)^{۳}}+\ldots+\frac{(n-۱)-(n-۲)}{(۱+i)^{n-۱}}-\frac{n-۱}{(۱+i)^{n}}\right]$$

بعد از ساده کردن دو طرف رابطه فوق، خواهیم داشت:

$$Pi=G\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۱}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۲}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۳}}+\ldots+\frac{۱}{(۱+i)^{n-۱}}+\frac{(۱-n)}{(۱+i)^{n}}\right]$$

آخرین عبارت داخل کروشه یعنی $\frac{۱-n}{(۱+i)^{n}}$ بصورت $\frac{۱}{(۱+i)^{n}}-\frac{n}{(۱+i)^{n}}$ تفکیک شده و رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$Pi=G\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۱}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۲}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۳}}+\ldots+\frac{۱}{(۱+i)^{n-۱}}+\frac{۱}{(۱+i)^{n}}\right]-\frac{Gn}{(۱+i)^{n}}$$

مقدار $\frac{۱}{i}$ را در دو طرف رابطهٔ فوق ضرب می کنیم:

$$P=\frac{G}{i}\left[\frac{۱}{(۱+i)^{۱}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۲}}+\frac{۱}{(۱+i)^{۳}}+\ldots+\frac{۱}{(۱+i)^{n-۱}}+\frac{۱}{(۱+i)^{n}}\right]-\frac{Gn}{(۱+i)^{n}}$$

مقدار داخل کروشه برابر فاکتور (P/A) است که با جایگزینی مقدار فاکتور (P/A) درآن:

$$P=\frac{G}{i}\left[\frac{(۱+i)^{n}-۱}{i(۱+i)^{n}}\right]-\frac{Gn}{i(۱+i)^{n}}$$

$$P=\frac{G}{i}\left[\frac{(۱+i)^{n}-۱}{i(۱+i)^{n}}-\frac{n}{(۱+i)^{n}}\right] \quad (۳-۳)$$

عبارت فوق به صورت فاکتور $(P/G,i\%,n)$ نشان داده می‌شود:

$$P=G(P/G,i\%,n)$$

رابطه (۳-۳) ارزش فعلی یک سری درآمد یا هزینه را که با یک شیب ثابت ویکنواخت از سال دوم شروع می‌شود، محاسبه می‌نماید.

رابطه بین G و A

با محاسبه رابطه بین G و P، بسادگی رابطه بین G و A حاصل می شود. چنانچه در رابطه (۳-۳) بجای P رابطه (۵-۲) یعنی رابطه بین P و A را قرار دهیم، رابطه بین G و A بدست می‌آید:

$$A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right]=\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]$$

پس از ساده کردن طرفین خواهیم داشت:

$$A=G\left[\frac{1}{i}-\frac{n}{(1+i)^n-1}\right]$$

عبارت فوق بصورت فاکتور $(A/G,i\%,n)$ نشان داده می‌شود:

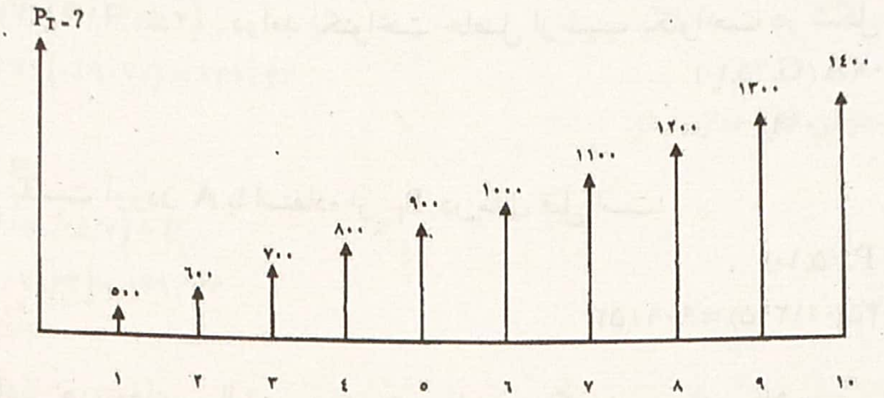
$$A=G(A/G,i\%,n)$$

و همواره روابط زیر برقرار است:

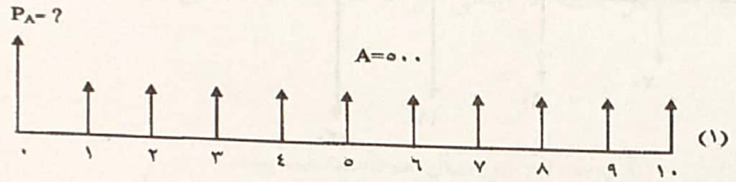
$$(A/G,i\%,n)=(P/G,i\%,n)(A/P,i\%,n)$$
$$(P/G,i\%,n)=(A/G,i\%,n)(P/A,i\%,n)$$

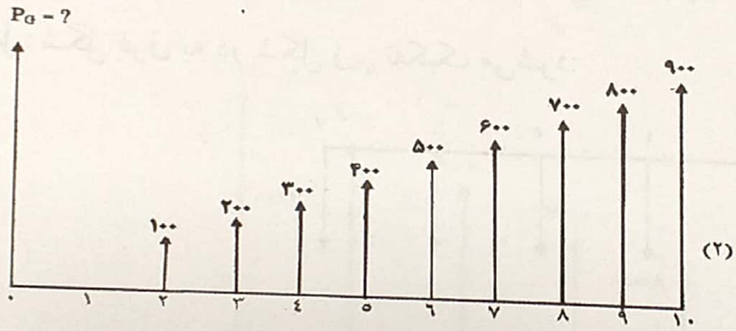
در پیوست (۱) کتاب در جدول فاکتورها دو فاکتور A/G و P/G را با نرخ ها و دوره‌های متفاوت می‌توان یافت و با استفاده از مقادیر از پیش تعیین شده در جدول می‌توان در محاسبات تسریع بعمل آورد. برای آشنایی بیشتر با شیب یکنواخت به ذکر چند مثال کاربردی می پردازیم:

مثال ۱- ارزش فعلی فرآیند مالی زیر رامحاسبه کنید. حداقل نرخ جذب کننده ۵٪ در دورهٔ درنظر گرفته شده است:



حل: در شکل فوق، یک شیب یکنواخت که هر دوره نسبت به دورهٔ قبل به مقدار (G=۱۰۰) افزایش دارد، قابل تشخیص می‌باشد. شکل فوق را می‌توان به دو شکل زیر تقسیم کرد:





$$P_T = P_A + P_G$$

$$P_T = ۵۰۰(P/A,٪۵,۱۰) + ۱۰۰(P/G,٪۵,۱۰)$$

$$P_T = ۵۰۰(۷/۷۲۱۷) + ۱۰۰(۳۱/۶۲۵)$$

$$P_T = ۷۰۲۳/۳۵$$

مثال ۲– مقدار درآمد یکنواخت سالیانه (A) را در مثال (۱) محاسبه کنید؟

حل: رابطه زیر تشکیل می شود:

$$A = A_۱ + A_G$$

$A_۱ =$ درآمد یکنواخت در شکل (۱)

$A_G = $ (۲) درآمد یکنواخت حاصل از شیب یکنواخت در شکل

$A = ۵۰۰ + ۱۰۰(A/G, ٪۵, ۱۰)$

$A = ۵۰۰ + ۱۰۰(۴/۰۹۹)$

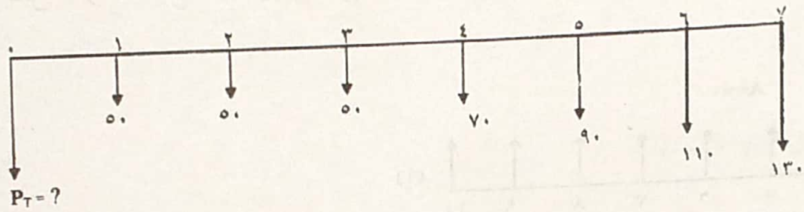
$A = ۹۰۹/۹۰$

روش دیگر بدست آوردن A با استفاده از P_T در مثال قبل است:

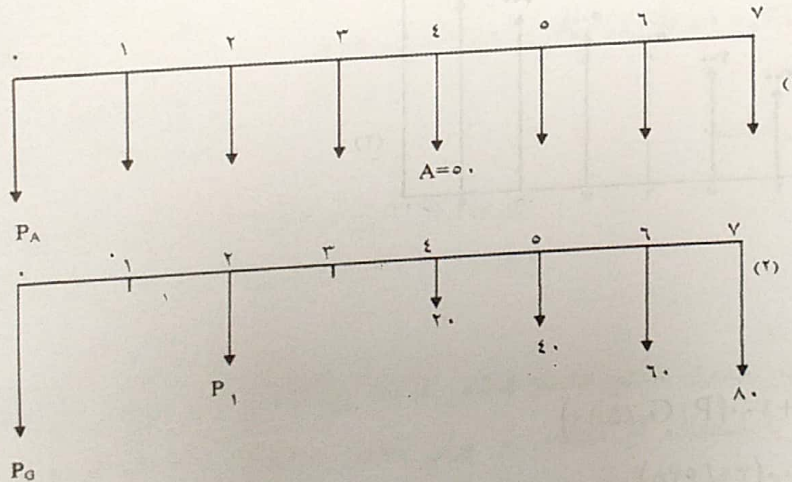
$A = P_T(A/P, ٪۵, ۱۰)$

$A = ۷۰۲۳/۳۵(۰/۱۲۹۵) = ۹۰۹/۵۲$

مثال۳- مقادیر هزینه‌های سالیانه سیستم تعمیرات و نگهداری ماشین‌آلات در یک شرکت صنعتی طبق فرآیند مالی زیر برآورده شده است. حداقل نرخ جذب کننده ٪۵ در سال فرض شده است. ارزش فعلی هزینه‌ها را محاسبه نمایید.



حل: شکل فوق به دو شکل زیر تفکیک می‌شود:



در شکل (۲) شیب افزایشی یکنواخت از سال چهارم با G=۲۰ شروع می‌شود و مبداء این سری هزینه ها، سال دوم بوده و بسادگی می‌توان ارزش فعلی را در سال دوم بدست آورد:

$P_1 = ۲۰(P/G, ٪۵, ۵)$

$P_1 = ۲۰(۸/۲۳۷) = ۱۶۴/۷۴$

در شکل (۲)، مقدار P_1 باید به سال مبداء اصلی یعنی سال صفر منتقل گردد که P_G نامیده می شود:

$$P_G = ۱۶۴/۷۴(P/F, ٪۵, ۲)$$
$$P_G = ۱۶۴/۷۴(۰/۹۰۷۰) = ۱۴۹/۴۲$$

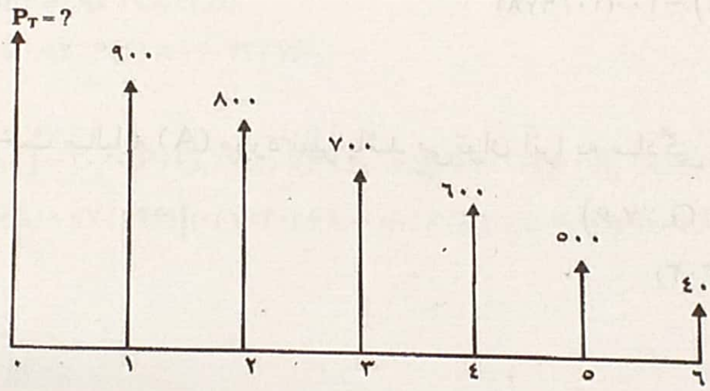
مقدار ارزش فعلی کل عبارت از:

$$P_T = P_A + P_G$$
$$P_T = ۵۰(P/A, ٪۵, ۷) + P_G$$
$$P_T = ۵۰(۵/۷۸۶۴) + ۱۴۹/۴۲$$
$$P_T = ۴۳۸/۷۴$$

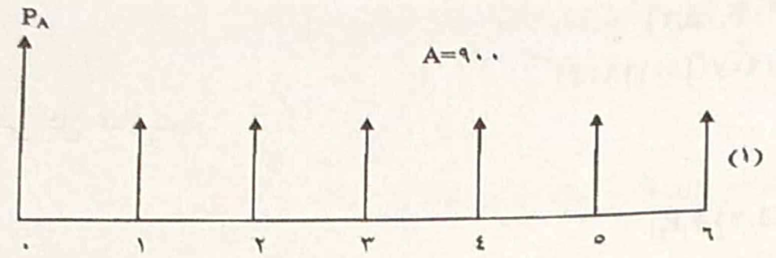
شیب یکنواخت کاهشی

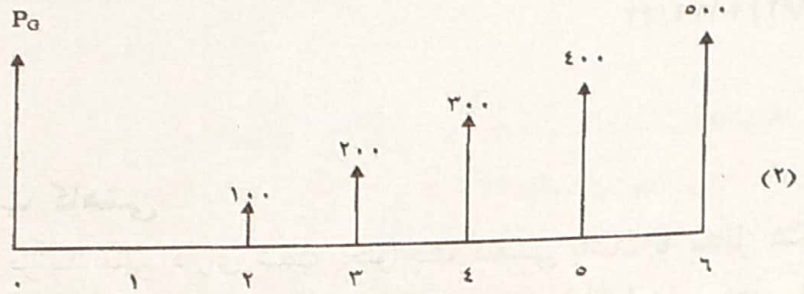
چنانچه یک فرآیند مالی دارای شیب یکنواخت کاهشی باشد، با تبدیل شکل کاهشی به افزایشی و با استفاده از روابط شیب یکنواخت افزایشی می‌توان ارزشی فعلی فرآیند مالی را محاسبه نمود.

مثال ٤- ارزش فعلی فرآیند مالی زیر را با نرخ ٪۷ در سال محاسبه نمایید.



حل: فرآیند مالی فوق یک شیب کاهشی با G=۱۰۰ را نشان می‌دهد. شکل فوق را می‌توان به دو شکل زیر تفکیک کرد:





مقادیر اضافی در شکل (۱) نسبت به فرآیند مالی اصلی، شکل (۲) را تشکیل می‌دهد. بنابراین تفاوت ارزش های فعلی شکل (۱) با شکل (۲)، ارزش فعلی را تعیین می کند:

$$P_T = P_A - P_G$$

$$P_T = ۹۰۰\left(P / A, \%۷, ۶\right) - ۱۰۰(P / G, \%۷, ۶)$$

$$P_T = ۹۰۰\left(۴ / ۷۶۶۵\right) - ۱۰۰(۱۰ / ۹۷۸)$$

$$P_T = ۳۱۹۲ / ۰۵$$

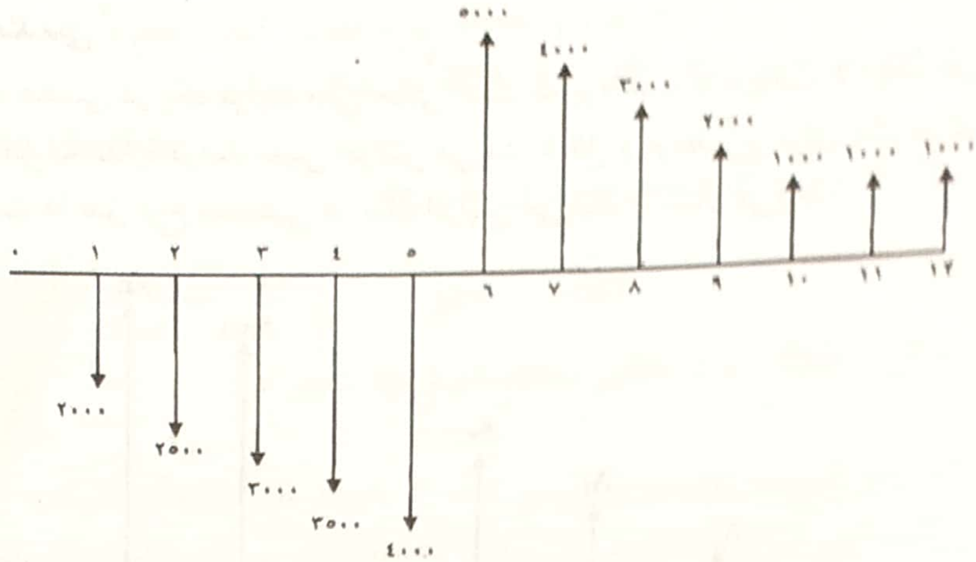
چنانچه درآمد یکنواخت سالیانه (A) مورد نظر باشد می‌توان آنرا به سادگی محاسبه کرد:

$$A = ۹۰۰ - ۱۰۰\left(A / G, \%۷, ۶\right)$$

$$A = ۹۰۰ - ۱۰۰(۲ / ۳۰۳)$$

$$A = ۶۶۹ / ۷$$

مثال ۵- پروژه تولید چرخ خیاطی به یک شرکت تولیدی پیشنهاد شده است. فرآیند مالی محصول بر اساس شکل زیر عبارت از سرمایه‌گذاری در ۵ سال و سپس فروش محصول و کسب درآمد در ۷ سال بعد است. حداقل نرخ جذب کننده برای شرکت ۷٪ در سال می‌باشد. آیا با استفاده از روش ارزش فعلی می‌توان گفت این پروژه اقتصادی است؟



حل: شکل فرآیند مالی فوق از دو قسمت هزینه و درآمد تشکیل شده است. $P_۱$ ارزش فعلی هزینه ها و $P_۲$ ارزش فعلی درآمدها فرض می‌شود. محاسبه مقادیر $P_۱$ و $P_۲$ در زیر نشان داده شده و از تفاوت آنها P_T یا ارزش فعلی خالص بدست می آید:

$$P_۱ = ۲۰۰۰(P/A,٪۷,۵) + ۵۰۰(P/G,٪۷,۵)$$
$$P_۱ = ۲۰۰۰(۴/۱۰۰۲) + ۵۰۰(۷/۶۴۶) = ۱۲۰۲۳/۱۴۰$$

$$P_۲ = \left[۵۰۰۰(P/A,٪۷,۵) - ۱۰۰۰(P/G,٪۷,۵)\right](P/F,٪۷,۵) + ۱۰۰۰(P/A,٪۷,۲)(P/F,٪۷,۱۰)$$
$$P_۲ = \left[۵۰۰۰(۴/۱۰۰۲) - ۱,۰۰۰(۷/۶۴۶)\right](۰/۷۱۳۰) + ۱۰۰۰(۱/۸۰۸)(۰/۵۰۸۴) = ۱۰۰۸۴/۸۰$$

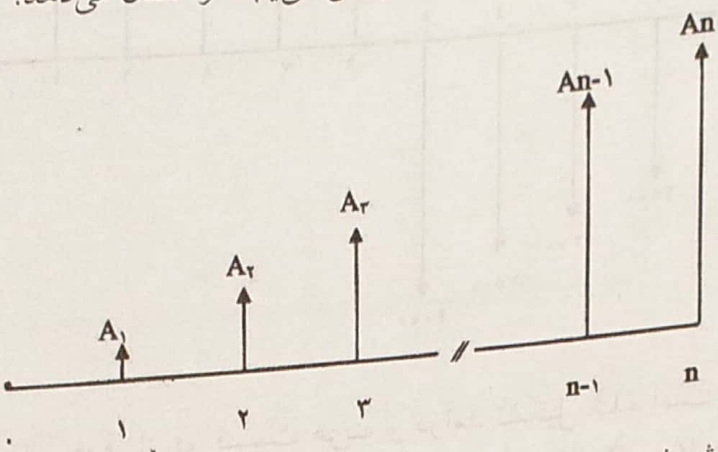
$$P_T = P_۲ - P_۱$$
$$P_T = ۱۲۰۲۳/۴۰ - ۱۰۰۸۴/۸۰$$
$$P_T = -۱۹۳۸/۶$$

از آنجا که ارزش فعلی خالص منفی است، این پروژه اقتصادی نمی‌باشد. با استفاده از نتیجه فوق می‌توان مقدار A، یکنواخت سالیانه خالص، را نیز محاسبه کرد:

$$A = -۱۹۳۸/۶(A/P,٪۷,۱۲)$$
$$A = -۱۹۳۸/۶(۰/۱۲۵۹)$$
$$A = -۲۴۴/۰۷$$

شیب هندسی[۳]

شیب هندسی در یک فرآیند مالی حالتی است که پرداخت یا دریافت در یک دوره نسبت به دورهٔ قبل به اندازهٔ درصد معینی افزایش می‌یابد. شکل وروابط زیر برای یک سری هندسی که دریافت ها طبق نرخ مشخصی هر سال افزایش می‌یابند را نشان می‌دهد:



اگر j درصد افزایش فرض شود، مقدار دریافت در سال t عبارت است از:

$$A_t = A_{t-1}(1+j) \qquad t = 2,\dots,n$$

و یا بطور کلی:

$$A_t = A_1(1+j)^{t-1} \qquad t = 1,\dots,n$$

برای محاسبه ارزش فعلی فرآیند مالی فوق، هر یک از دریافت ها را F فرض و با استفاده از رابطه بین P و F، رابطه زیر را برقرار می‌کنیم:

$$P = \sum_{t=1}^{n} A_1 (1+j)^{t-1} \Big/ (1+i)^{t}$$

$$P = \sum_{t=1}^{n} A_1 (1+j)^{t-1} \times (1+i)^{-t}$$

رابطه فوق را می‌توان پس از یک سری عملیات ریاضی به صورت زیر ساده و خلاصه کرد:

$$P = A_1 \left[\frac{1-(1+j)^{n}(1+i)^{-n}}{i-j} \right] \qquad i \neq j \qquad (۳-۴)$$

۹
۱۲ ۱۸
۱۸
۹.۱۲
۱۵

$$P = \frac{nA_1}{1+i} \qquad i = j \qquad (۳-۵)$$

روابط فوق زمانی استفاده می‌شود که مقدار A_1 (اولین پرداخت یا دریافت)، j (درصد

3- Geometric Gradient

تغییرات هر دورهٔ) و i (نرخ بهره یا حداقل نرخ جذب کننده) معلوم باشند. روابط فوق می‌تواند بصورت فاکتور (P/A ، i% ، j% ، n) نیز نشان داده شود:

$$P = A_۱(P / A, i\%, j\%, n)$$

رابطه (۴-۳) را می توان به صورت زیر نیز نشان داد:

$$P = A_۱\left[\frac{۱-(F/P, j\%, n)(P/F, i\%, n)}{i-j}\right] \qquad j \geq ۰ \quad , \quad i \neq j \qquad (۳-۶)$$

مقدار فاکتور $P/A_۱$ را برای مقادیر مختلف i و j باید تعیین کرد.

مثال ۶- یک شرکت تولیدی پیش‌بینی کرده که هزینه مواد اولیه آن شرکت ۸٪ در سال افزایش دارد. این شرکت علاقمند است بداند که چه مقدار سرمایه را امروز در بانکی که نرخ آن ۱۰٪ در سال است پس انداز کند تا هزینه‌های سالیانه مواد اولیه در ۵ سال آینده تامین گردد. هزینه مواد اولیه در سال اول برابر ۵۰۰۰۰ واحد پولی است.

حل: داده‌های مسئله عبارت از:

$$A_۱ = ۵۰۰۰۰ \qquad j = ٪۸ \qquad i = ٪۱۰ \qquad n = ۵$$

با جایگزاری i,j,n در رابطه (۶-۳) داریم:

$$P = A_۱\left(P / A, ٪۱۰, ٪۸, ۵\right)$$

$$P = ۵۰۰۰۰(۴/۳۸۳۱) = ۲۱۹۱۵۵$$

اگر هزینه مواد اولیه بجای ۸٪ در سال، ۱۰٪ در سال افزایش می‌یافت، طبق رابطه (۵-۳) مقدار P عبارت از:

$$P = \frac{nA_۱}{۱+i}$$

$$P = \frac{۵(۵۰۰۰۰)}{۱/۱۰} = ۲۲۷۲۷۲/۷۳$$

ارزش آینده یک سری هندسی را نیز می‌توان بدست آورد. چنانچه روابط (۴-۳) و (۵-۳) را در فاکتور (F/P ، i% ، n) ضرب کنیم، روابط زیر حاصل خواهند شد:

$$F = A_۱\left[\frac{(۱+i)^n - (۱+j)^n}{i-j}\right] \qquad i \neq j \qquad (۳-۷)$$

$$F = nA_۱(۱+j)^{n-۱} \qquad i = j \qquad (۳-۸)$$

روابط فوق بصورت زیر نیز نوشته می‌شود:

$$F = A_1(F/A, i\%, j\%, n) \qquad (۳-۹)$$

مثال ۷- درآمد حاصل از فروش در یک شرکت داروسازی هر سال ۱۰٪ افزایش دارد. حداقل نرخ جذب کننده ۸٪ در سال می‌باشد و درآمد سال آینده شرکت نیز ۵۰۰۰۰ واحد پولی است. ارزش آینده درآمدها در پایان سال دهم چقدر می باشد؟

حل: داده‌های مسئله عبارت از:

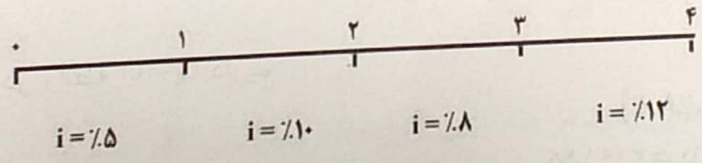
$A_1 = ۵۰۰۰۰ \quad i = ٪۸ \quad j = ٪۱۰ \quad n = ۱۰$

با استفاده از رابطه (۷-۳) داریم:

$$F = A_1(F/A, ٪۸, ٪۱۰, ۱۰)$$
$$F = ۵۰۰۰۰(۲۱/۷۴۰۹) = ۱۰۸۷۰۴۵$$

میانگین هندسی[4]

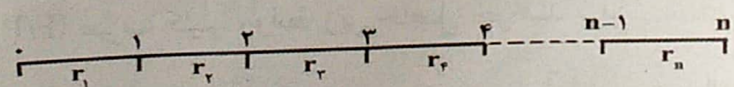
در بسیاری از فرآیندهای مالی نرخ بهره، نرخ تورم و یا نرخ مورد انتظار درسال ها یا دورهای مختلف سرمایه‌گذاری متفاوت‌اند. نمونه‌ای از این گونه فرآیندهای مالی در شکل زیر آمده است:



نرخ ها در هر دوره متفاوت اند و ترتیب خاصی بصورت افزایشی یا کاهشی ندارند. میانگین چهار نرخ فوق چقدر است؟ بدون تردید چنانچه تصور شود که میانگین از حاصل جمع چهار نرخ مذکور و تقسیم نمودن مجموع نرخ ها بر عدد چهار بدست می‌آید، تصور غلطی است، زیرا باید میانگین هندسی نرخ ها را محاسبه نمود.

نحوه محاسبه میانگین هندسی

فرآیند مالی، زیر را در نظر بگیرید:



r_t = نرخ در دوره t

r_g = میانگین هندسی

4- Geometric Mean

رابطه زیر نحوه محاسبه میانگین هندسی رانشان می‌دهد:

$$(1+r_g)^n = (1+r_1)(1+r_2)(1+r_3).........(1+r_n)$$

$$r_g = \sqrt[n]{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)\ ...(1+r_n)} - 1 \qquad (۳-۱۰)$$

مثال ۸- میانگین هندسی نرخ ها را در شکل فوق که بصورت زیر می باشند، تعیین کنید:

$r_1 = \%۵$

$r_2 = \%۱۰$

$r_3 = \%۸$

$r_4 = \%۱۲$

حل:

$$r_g = \sqrt[4]{(1/05)(1/10)(1/08)(1/12)} - 1$$

$$r_g = \%8/72$$

مثال ۹- فرض **کنید** نرخ های تورم در پنج سال گذشته به شرح زیر است. میانگین نرخ تورم در پنج سال گذشته چقدر بوده است؟

$r_1 = \%۱۰$

$r_2 = \%۲۲$

$r_3 = \%۶$

$r_4 = -\%۵$

$r_5 = \%۲۰$

حل:

$$r_g = \sqrt[5]{(1/10)(1/22)(1/06)(0/95)(1/20)} - 1$$

$$r_g = \%10/2$$

مثال ۱۰- یک سرمایه‌گذاری ۷ سال قبل تعدادی سهام، هر سهم به قیمت ۱۲۰ واحد پولی،خریداری نمود.قیمت هر سهم در شش سال بعد به صورت زیر تغییر نمود:

سال	۱	۲	۳	٤	۵	٦
قیمت هرسهم	۱۰۰	۱٤۰	۱۵۰	۲۲۰	۳۰۰	۲۵۰

الف - نرخ تغییر قیمت هر سهم را در هرسال محاسبه نمایید.

ب- میانگین نرخ رشد قیمت هر سهم را در ٦ سال گذشته تعیین کنید.

Scanned by CamScanner

حل: نرخ تغییر قیمت در هر سال عبارت از:

$$\text{نرخ در سال اول} = \frac{۱۰۰-۱۲۰}{۱۲۰} = -٪۱۶۷$$

$$\text{نرخ در سال دوّم} = \frac{۱۴۰-۱۰۰}{۱۰۰} = ٪۴۰$$

$$\text{نرخ در سال سوم} = \frac{۱۵۰-۱۴۰}{۱۴۰} = ٪۷/۱$$

$$\text{نرخ در سال چهارم} = \frac{۲۲۰-۱۵۰}{۱۵۰} = ٪۴۶/۷$$

$$\text{نرخ در سال پنجم} = \frac{۳۰۰-۲۲۰}{۲۲۰} = ٪۳۶/۴$$

$$\text{نرخ در سال ششم} = \frac{۲۵۰-۳۰۰}{۳۰۰} = -٪۱۶/۷$$

میانگین نرخ رشد در ٦ سال گذشته عبارت از:

$$r_g = \sqrt[۶]{(۱-۰/۱۶۷)(۱+۰/۴۰)(۱+۰/۰۷۱)(۱+۰/۴۶۷)(۱+۰/۳۶۴)(۱-۰/۱۶۷)} - ۱$$

$$r_g = ٪۱۳$$

مثال ۱۱- مبلغ ۱۰۰۰ واحد پولی در یک پروژه سرمایه‌گذاری شده است. نرخ های بازگشت سرمایه در چهار سال آینده بشرح زیرپیش بینی شده است.ارزش آینده مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پایان سال چهارم چقدر است؟

$$r_۱ = ۰٪$$
$$r_۲ = ٪۲۰$$
$$r_۳ = ٪۲۵$$
$$r_۴ = ٪۳۰$$

حل- روش اول: مقدار مبلغ سرمایه‌گذاری بر اساس نرخ در هرسال، افزایش یابد:

$$F = P(۱+r_۱)(۱+r_۲)(۱+r_۳)(۱+r_۴)$$

$$F = ۱۰۰۰(۱)(۱/۲۰)(۱/۲۵)(۱/۳۰) = ۱۹۵۰$$

روش دوم: میانگین هندسی چهار نرخ تعیین گردد، سپس ارزش آینده مبلغ سرمایه‌گذاری به ازای میانگین هندسی برای مدت چهار سال بدست آید:

$$r_g = \sqrt[۴]{(۱)(۱/۲۰)(۱/۲۵)(۱/۳۰)} - ۱ = ٪۱۸/۱۷$$

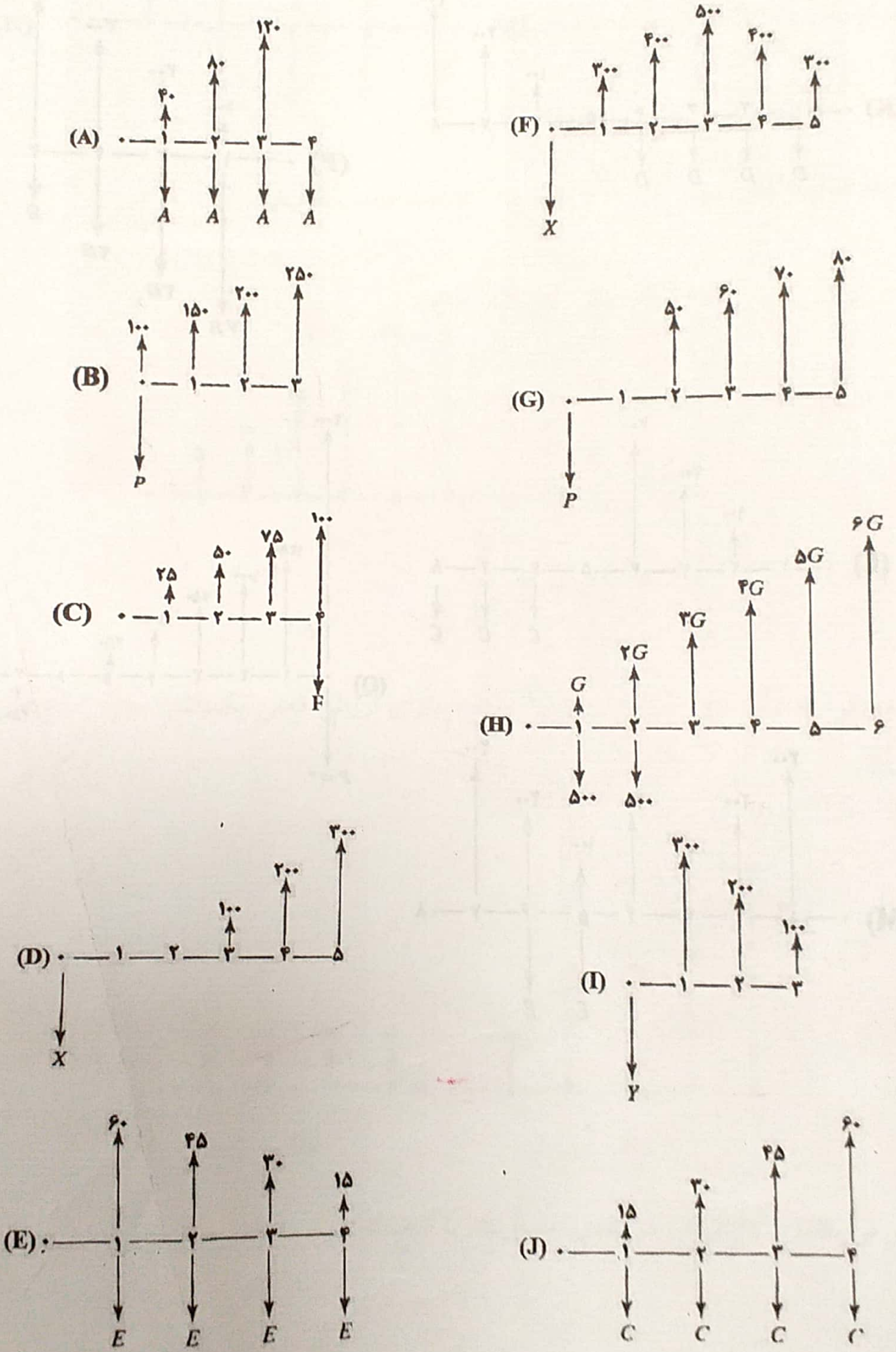
$$F = P(۱+r_g)^n = ۱۰۰۰(۱+۰/۱۸۱۷)^۴ = ۱۹۵۰$$

که دقیقاً برابر جواب روش اول می‌باشد. بدیهی است از رابطه زیر نیز می‌توان ارزش آینده را بدست آورد:

$$F = ۱۰۰۰(F/P, ٪۱۸/۱۷, ۴) = ۱۹۵۰$$

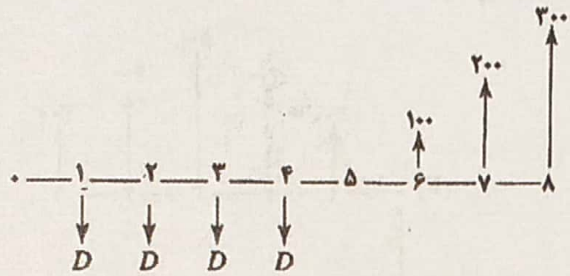
مسایل

۱- در فرآیندهای مالی زیر مقدار مجهول را با نرخ ۱۰٪ بدست آورید.

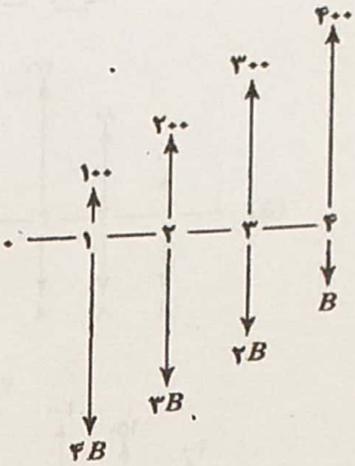


۲- در فرآیندهای مالی زیر مقادیر مجهول را با نرخ ۱۲٪ محاسبه نمایید.

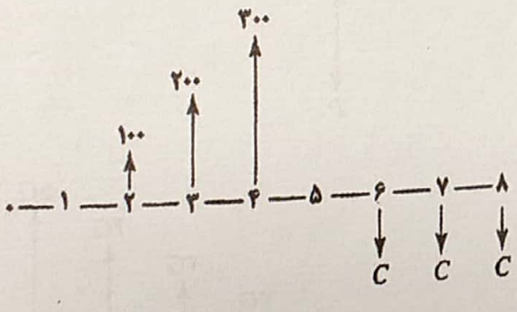
(K)



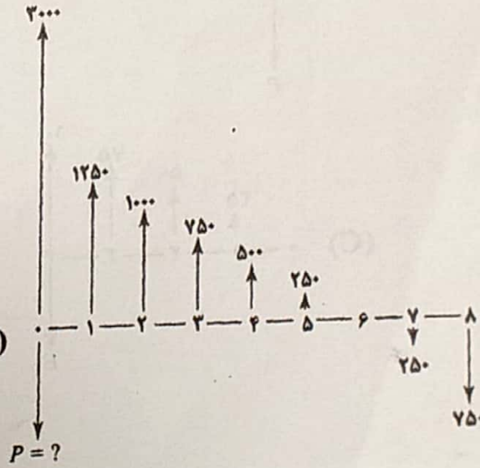
(P)



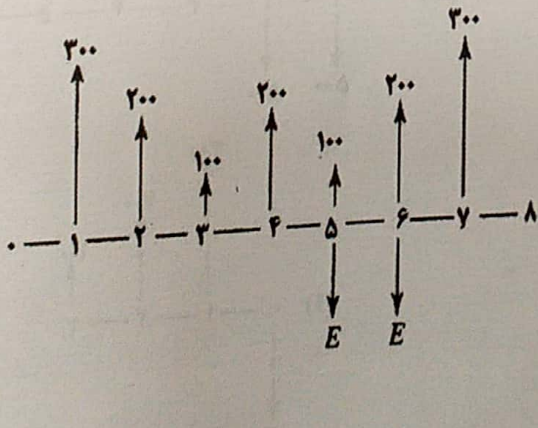
(L)

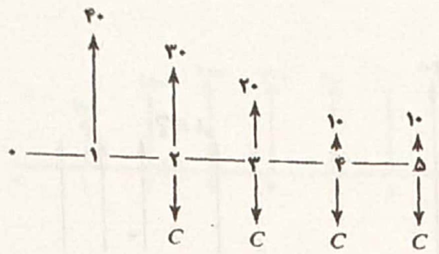


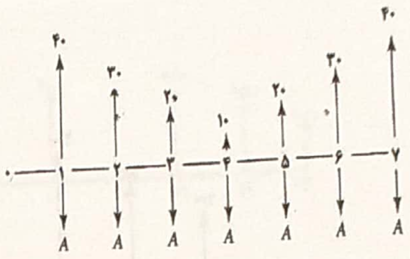
(Q)



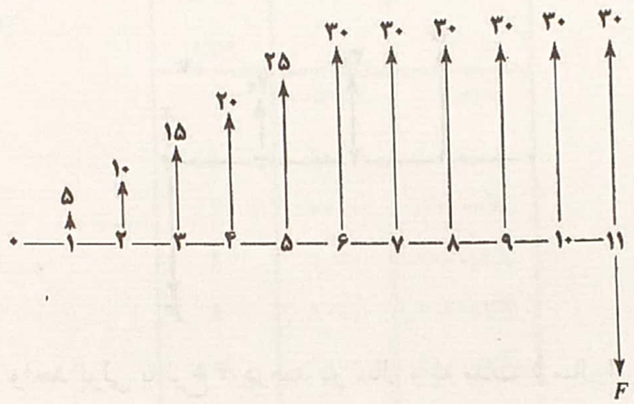
(M)



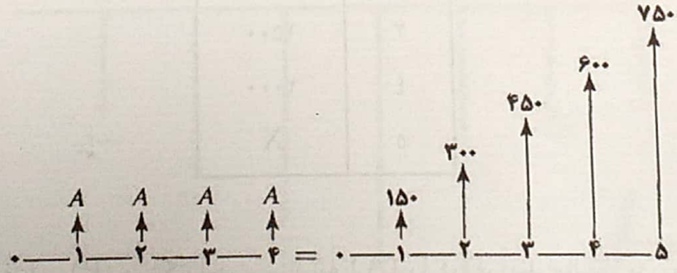
(N) 

(R) 

۳- در فرآیند مالی زیر مقدار F را با نرخ ۲۰ درصد بدست آورید.

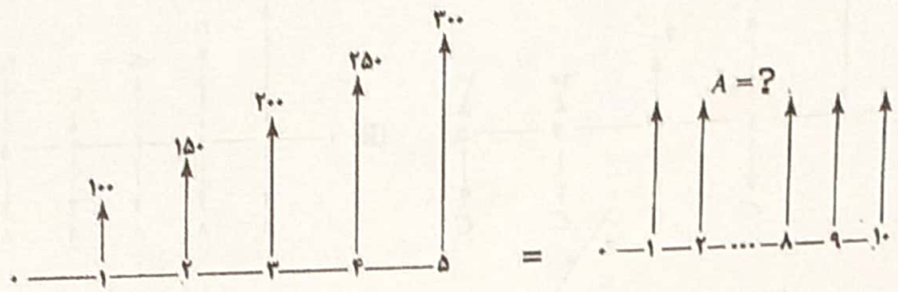


٤- دو فرآیند مالی زیر با نرخ بهره ۱۲ درصد دارای ارزش فعلی یکسانند. مقدار A راتعیین نمایید.

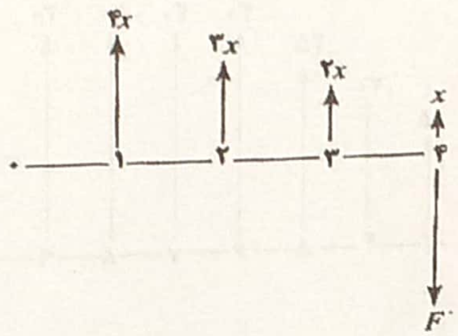


(۱) (۲)

۵- دو فرآیند زیر دارای ارزش فعلی مساویند. با نرخ ۱۵ درصد مقدار A را بدست آورید.



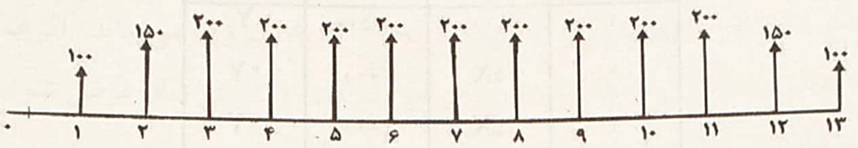
۶– مقدار F را بر حسب مقدار X با نرخ ۱۰٪ بدست آورید.



۷– مقدار ۵۰۰۰ واحد پولی با نرخ ۸ درصد در سال و به مدت ۵ سال از یک بانک وام گرفته شده است و نحوه پرداخت بصورت زیر می‌باشد. مقدار X را تعیین کنید:

مبلغ قسط	سال
۵۰۰	۱
۱۰۰۰	۲
۱۵۰۰	۳
۲۰۰۰	٤
X	۵

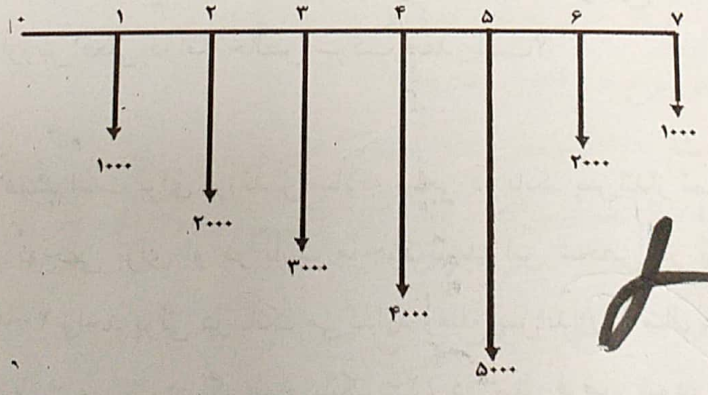
۸– مقادیر ارزش فعلی (P) و یکنواخت سالیانه (A) را در فرآیند مالی زیر تعیین نمایید. نرخ ۱۵٪ در سال است.



۹– دو گزینه زیر دارای ارزش فعلی برابرند . مقدار X را با نرخ ۲۰ درصد در سال تعیین نمایید.

پایان دوره	A	B
۰	-۸۰۰۰	۱۵,۰۰۰
۱	٦۰۰۰	۰
۲	۵۰۰۰	۱۰۰۰+X
۳	٤۰۰۰	۲۰۰۰+۲X
٤	۳۰۰۰	۳۰۰۰+۳X
۵	۲۰۰۰	٤۰۰۰+٤X
٦	۱۰۰۰	۵۰۰۰+۵X

۱۰– مقدار یکنواخت سالیانه را با نرخ ۲۰ درصد در سال بدست آورید:



۱۱– سه گزینه زیر دارای ارزش فعلی برابرند. مقادیر X و Y را با نرخ ۱۲ درصد در سال تعیین نمایید.

پایان دوره	A	B	C
۰	-۱۰۰۰	-۲۵۰۰	Y
۱	۵X	۳۰۰۰	۲Y
۲	٤X	٤۰۰۰	۳Y
۳	۳X	۵۰۰۰	٤Y
٤	۲X	٦۰۰	۵Y
۵	X	۷۰۰۰	٦Y

۱۲- ارزش فعلی یک فرآیند مالی را که درآمد سال اول آن ۱۰۰۰۰ واحد پولی باشد و درآمد هر سال به مدت ٤ سال با نرخ ۸ درصد افزایش یابد، با حداقل نرخ جذب کننده ۱۰درصد در سال محاسبه نمایید. اگرحداقل نرخ جذب کننده به ۸ درصد کاهش یابد، ارزش فعلی چقدر خواهد شد؟

۱۳- ارزش یک فرآیند مالی که درآمد سال اول آن ۳۰۰۰۰ واحد پولی باشد و به مدت ٦ سال، هر سال با نرخ ۱۵ درصد کاهش یابد را با حداقل نرخ جذب کننده ۱۰ درصد در سال محاسبه نمایید.

۱٤- درآمد خالص یک شرکت در پایان سال جاری ۲ میلیون واحد پولی است. درآمد مذکور هر سال به مدت ۵ سال با نرخ ۱۰ درصد کاهش می‌یابد. اگر حداقل نرخ جذب کننده شرکت ۱۵ درصد باشد، ارزش فعلی درآمد خالص شرکت چقدر است؟

۱۵- شخصی علاقمند است برای فرزندش سالانه مبلغی در بانک پس‌انداز نماید تا پس از ۲۰ سال سرمایه قابل توجهی برای او در بانک موجود باشد. این شخص در پایان یک سالگی فرزندش، مبلغ ۲۰۰۰۰ واحد پولی در بانک می‌گذارد ومبلغ پس‌انداز در سال های بعد از رابطه $A_t = ۱/۱۲A_{t-۱}$ تعیین می شود. اگر نرخ بانک ۲۰٪ در سال فرض شود، ارزش آینده این مبالغ در پایان ۲۵ سالگی فرزندش چقدر خواهد بود؟